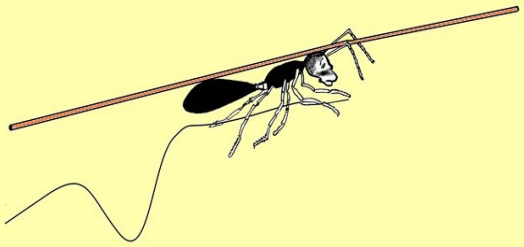


Matemàtiques aplicades a les Ciències Socials de Batxillerat. Una proposta didàctica

Santi Vilches

Institut El Sui



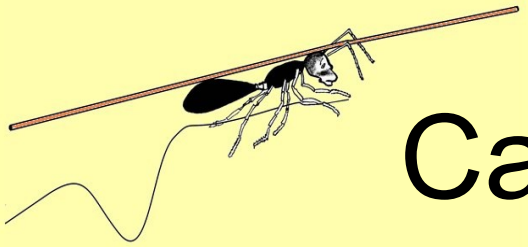


Departament de Matemàtiques

- Matemàtiques en un context.
- Laboratori de matemàtiques.
- Confecció pròpia de dossiers.

www.ieselsui.cat

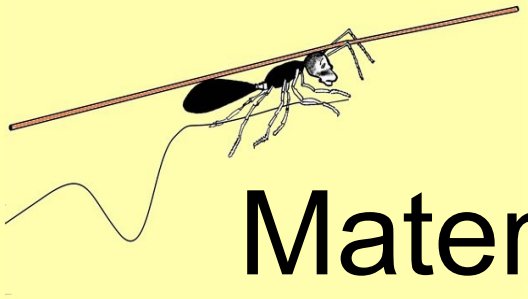




Cardedeu i les Matemàtiques

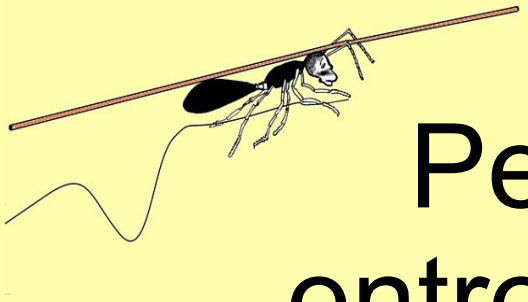
- **Institut Arquitecte Manel Raspall** *(Josep Homs, Martí Casadevall, Joan Buldó, Marga Pujol)*
- **SES Pla Marcell** *(Carles de Cubas)*
- **Institut El Sui** *(Mª Antònia Moratò, Isabel Garcia-Ramos, Theo Santiago, Santi Vilches)*
  - Mateixa metodologia als tres instituts.
  - Intercanvi de materials i experiències.
  - Organització conjunta d'activitats.
    - Sondeig electoral municipal.
    - Festa matemàtica Carde(9+1)





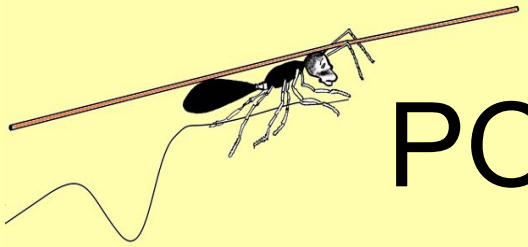
Matemàtiques al Batxillerat

- Si hi ha continguts coincidents entre els dos batxillerats, utilitzem els mateixos dossiers. (amb petites diferències d'aprofundiment).
- Molts dels meus comentaries són igualment vàlids pels dos batxillerats.
- Una visió pràctica de les matemàtiques facilita utilitzar els mateixos materials.
- Dossiers diferents només pels continguts diferents.



Per Construir un pont entre l'ESO i el Batxillerat:

- Augmentem el grau d'abstracció matemàtica a 4t amb el tema POLINOMIS.
- Comencem el Batxillerat amb el tema POLINOMIS donant sensació de continuïtat
- Facilitem l'aprenentatge dels POLINOMIS amb una visió gràfica propera.
- Busquem aplicacions als polinomis. (problemes de màxims i mínims sense derivar)
- Fem treballs pràctics el 1r trimestre de Batxillerat



POLINOMIS (4t i batx)

- 1r Factorització

$$P(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x - 2 =$$
$$= (x-1)^2(x+1)(x-2)$$

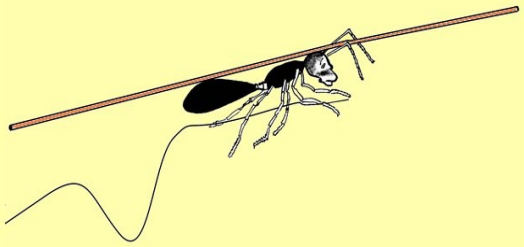
Arrels:

$x = 1$ *Arrel doble*: **No canvia el signe**

$x = -1$ *Arrel simple*: **Canvia el signe**

$x = 2$ *Arrel simple*: **Canvia el signe**

	1	-3	1	3	-2
1		1	-2	-1	2
	1	-2	-1	2	0
1		1	-1	-2	
	1	-1	-2	0	
-1		-1	2		
	1	-2	0		
2		2			
	1	0			



- 2n Estudi del signe:

Arrel amb canvi de signe

Arrel sense canvi de signe

Arrel amb canvi de signe

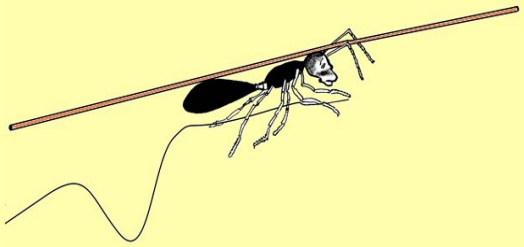
$P(x) = x^4 - 3x^3 + x^2$

+

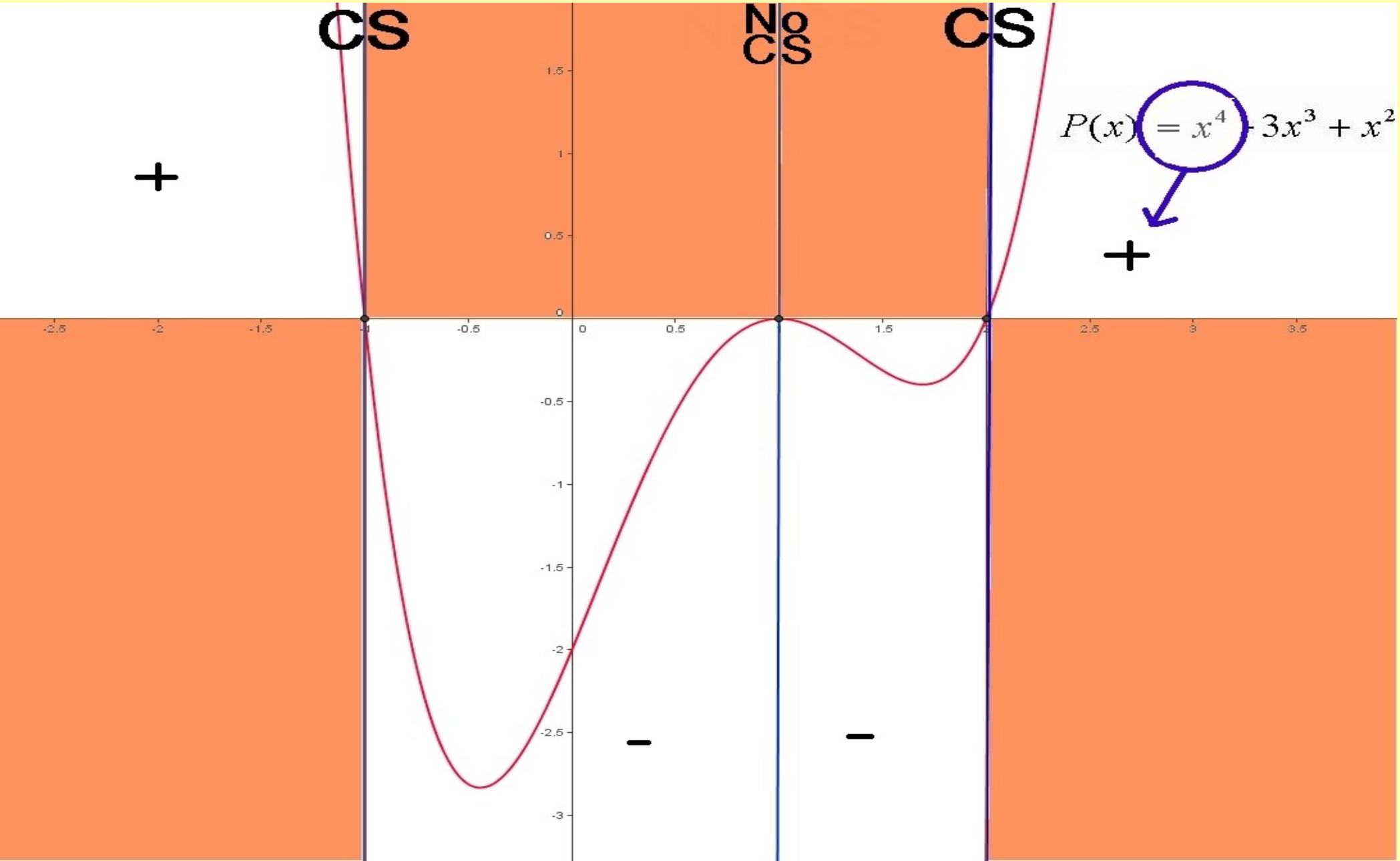
−

−

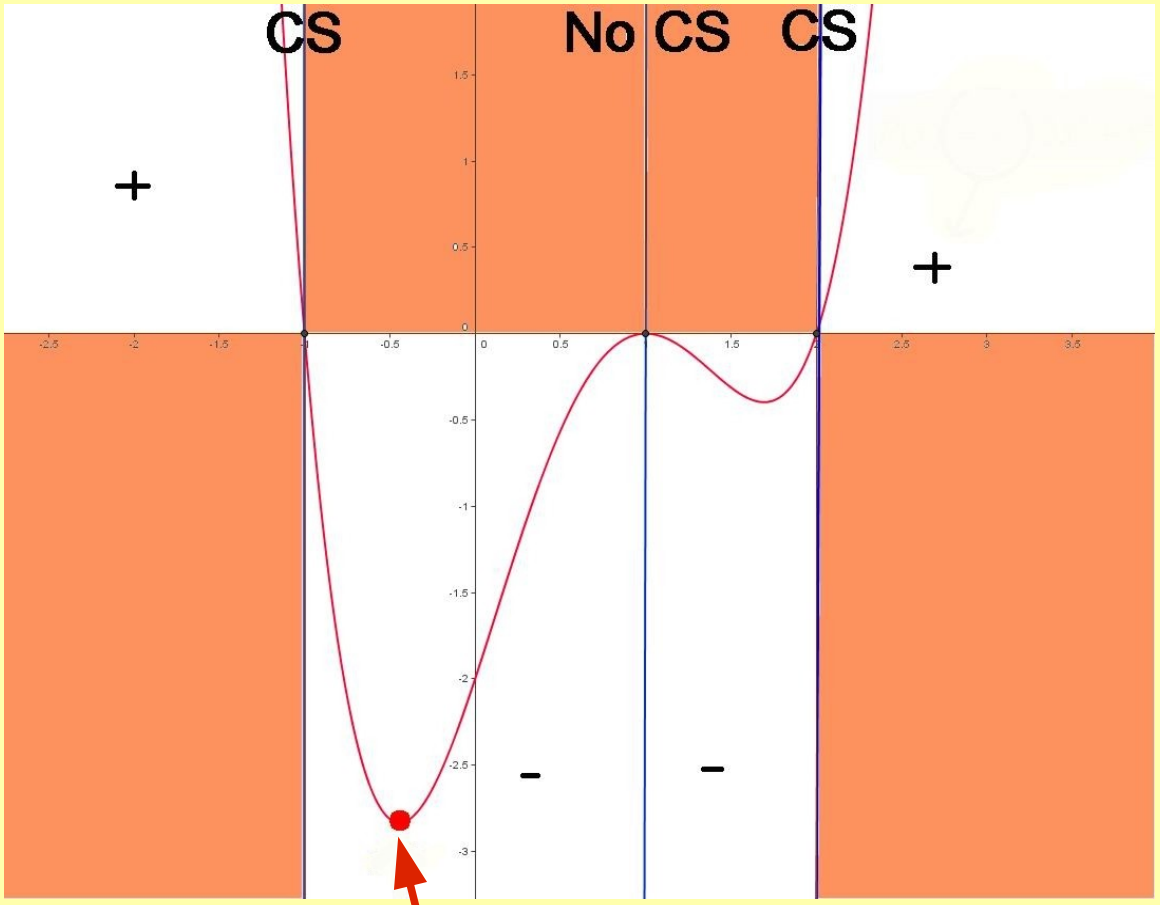
+



- 3r Gràfic aproximat

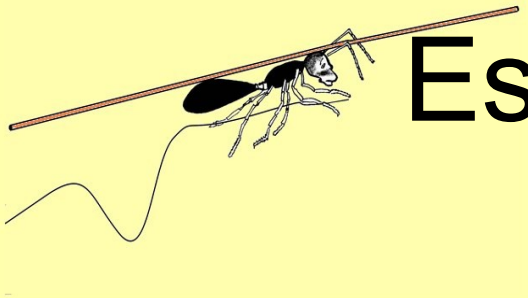


- 4t Possibles problemes d'optimització



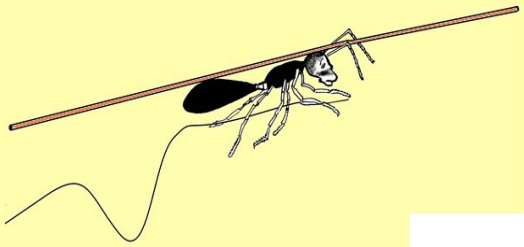
B2:M3 | =M2^4-3*M2^3+M2^2+3*M2-2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1													
2		X	-1	-0,9	-0,8	-0,7	-0,6	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0
3		P(x)	0	-1,05	-1,81	-2,34	-2,66	-2,81	-2,82	-2,72	-2,53	-2,29	-2
4													
5													



Estudi de les funcions a tot el batxillerat

- Traiem conclusions i intentem generalitzar a partir de la observació sistemàtica dels gràfics fets amb ordinador.
- L'estudi del signe és la eina principal.
- La primera derivada s'utilitza sols en algunes ocasions.
- Podem prescindir de la segona derivada.



Exemple

Punt de tall
AMB
Canvi de Signe

Punt de tall
AMB
Canvi de Signe

x = 1
Arrel simple
numerador

x = – 1
Arrel simple
numerador

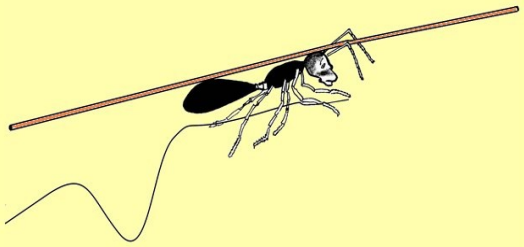
$$\frac{-x^2+1}{x^3-2x^2}=\frac{-(x-1)(x+1)}{x^2(x-2)}$$

x = 0
Arrel doble
denominador

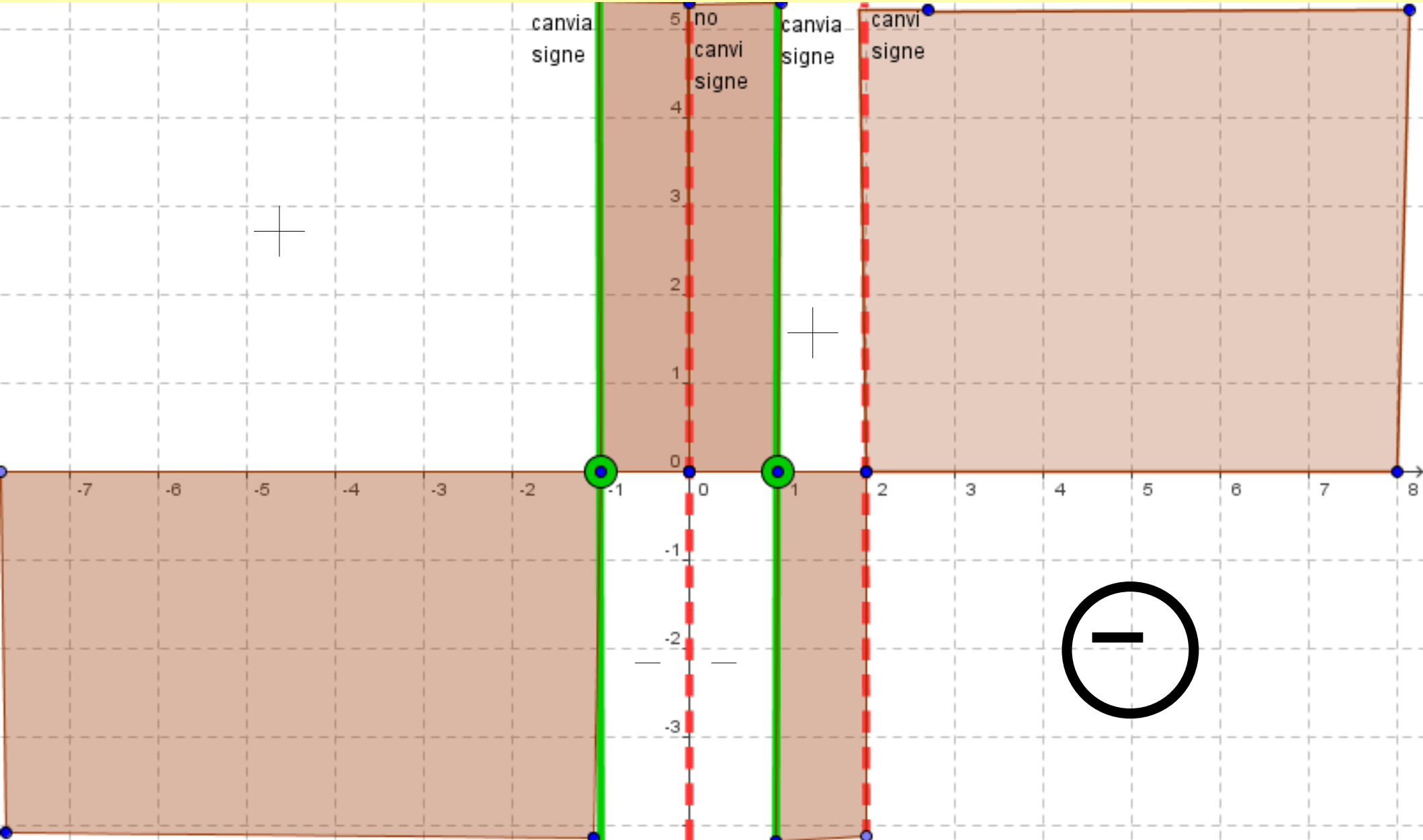
x = 2
arrel simple
denominador

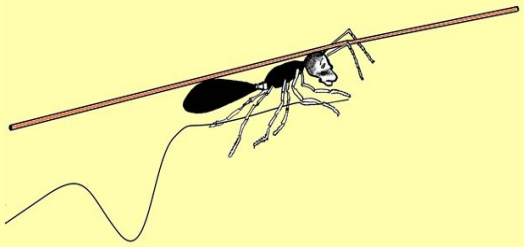
Asímptota vertical
SENSE
Canvi de Signe

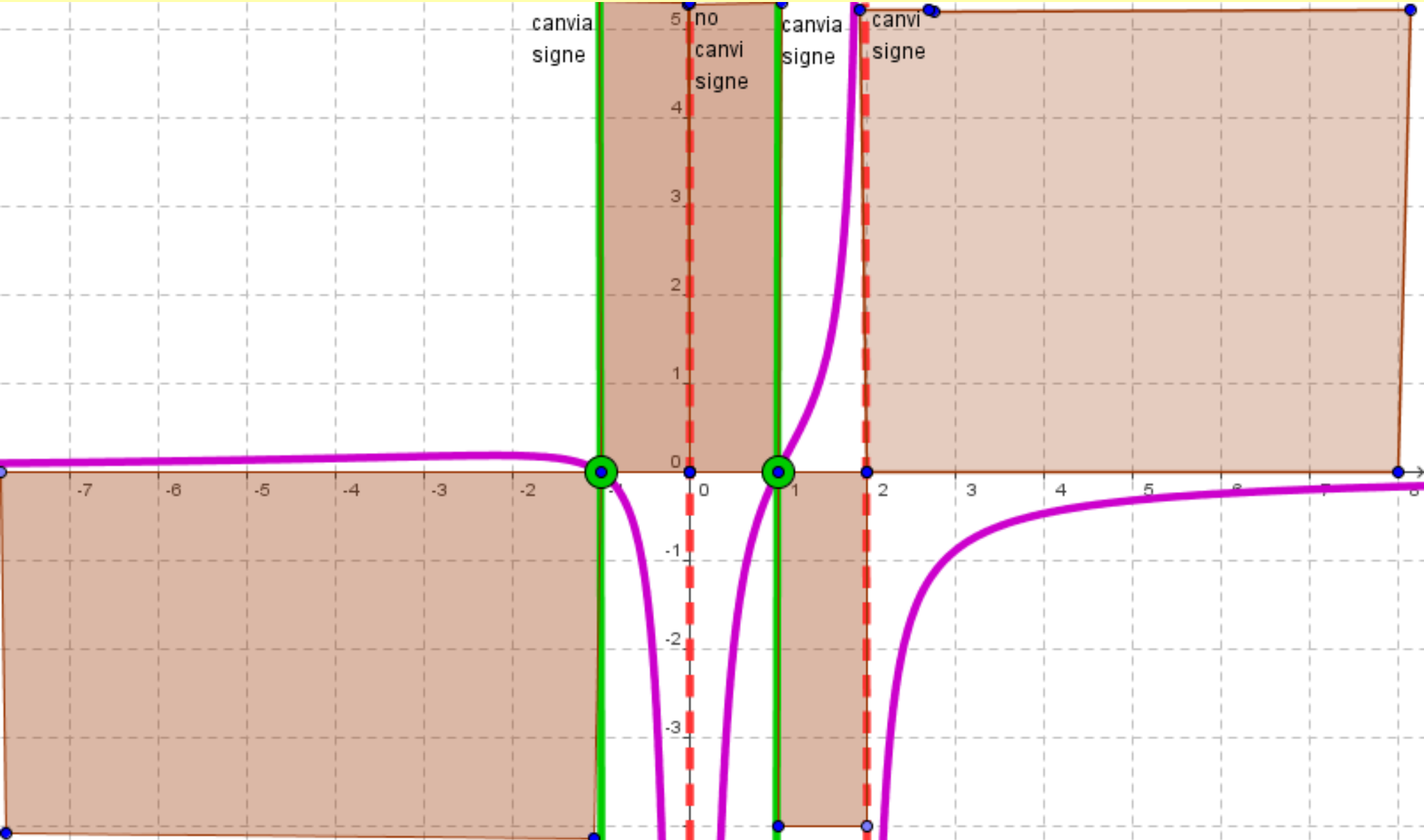
Asímptota vertical
AMB
Canvi de Signe

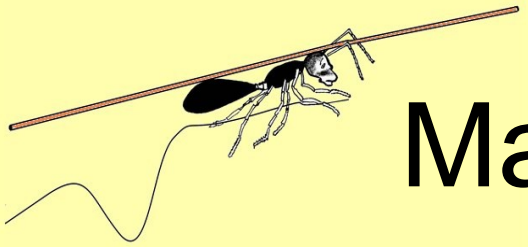


Estudi del signe






canvia
signe
no
canvi
signe
canvia
signe
canvi
signe
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-7
-6
-5
-4
-3
-2
0
1
2
3
4
5



Matemàtica en un context

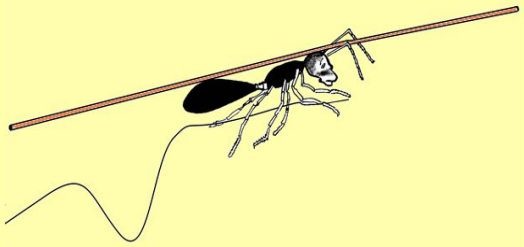
"La competència matemàtica és l'habilitat per desenvolupar i aplicar el raonament matemàtic amb la finalitat de resoldre problemes en situacions diverses.

Cada alumne ha de tenir l'oportunitat de posar en acció el coneixement adquirit en la resolució de problemes que representin un repte per a ell (...) que tenen un reflex sobre el seu món."

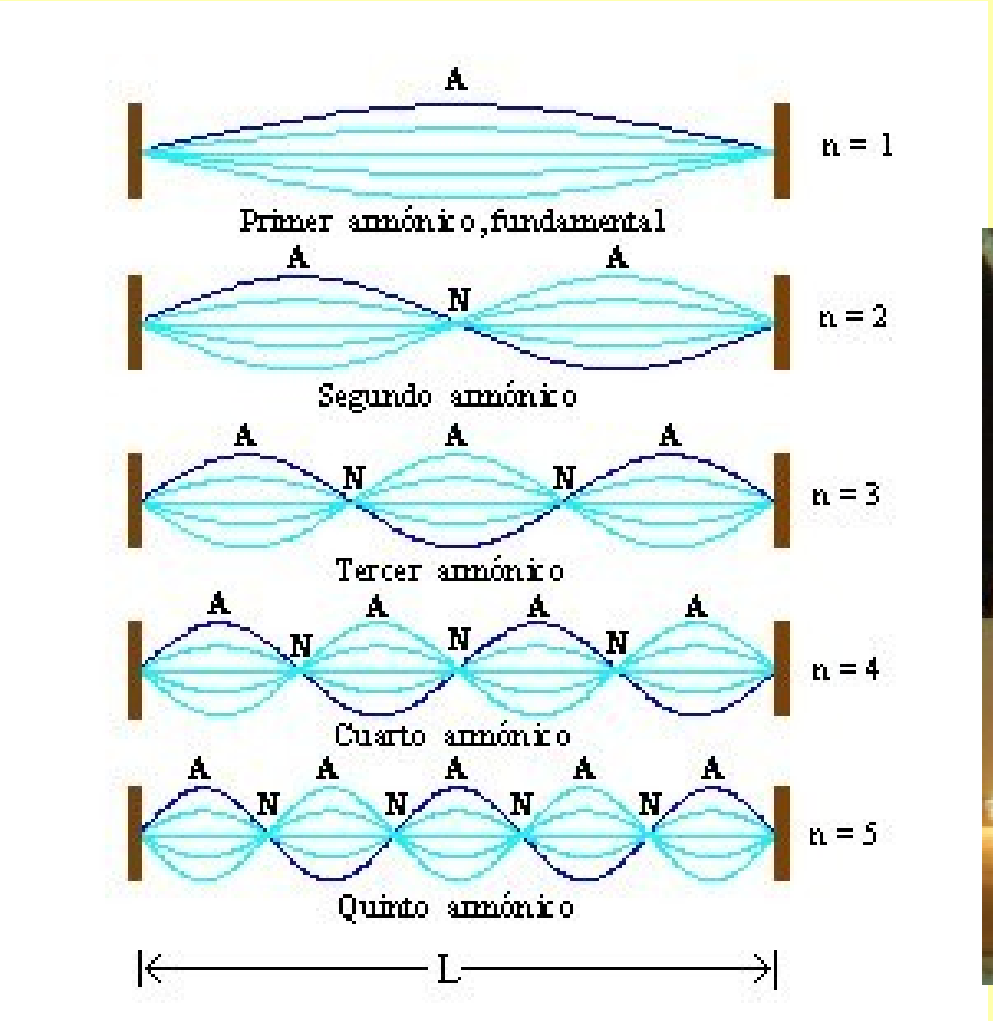
Decret 142/2008 DOGC núm. 5183

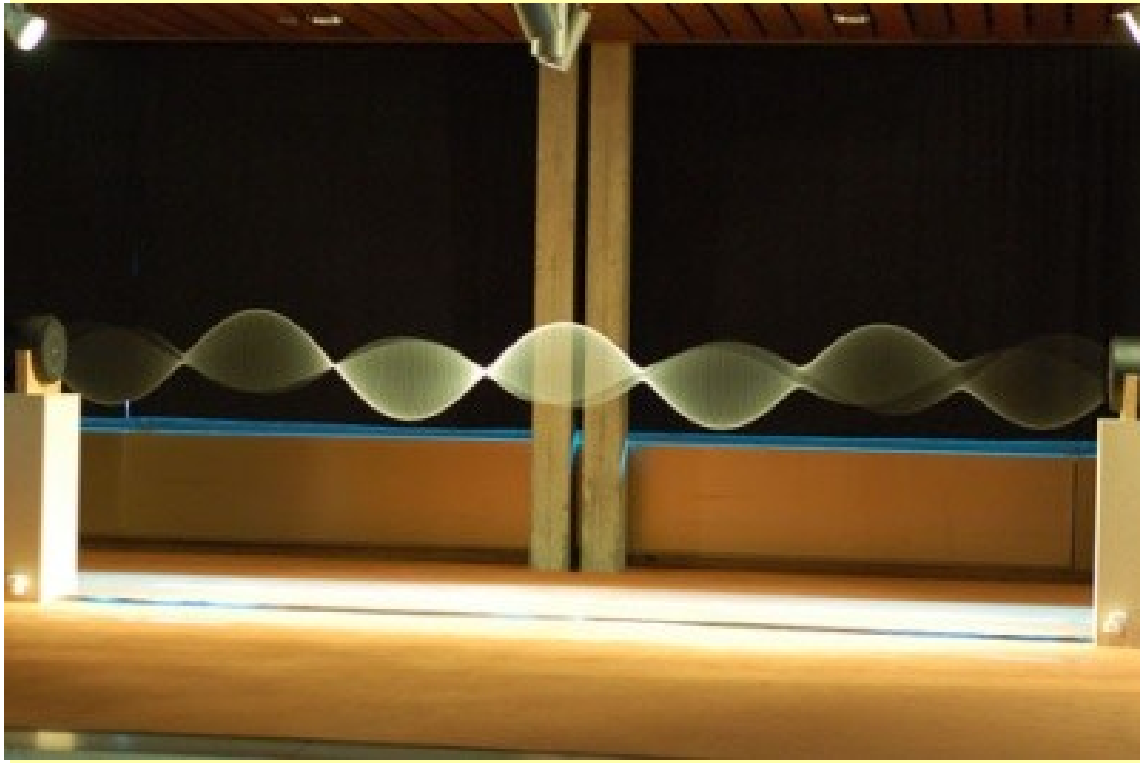
L'escala Musical és progressió aritmètica o geomètrica?

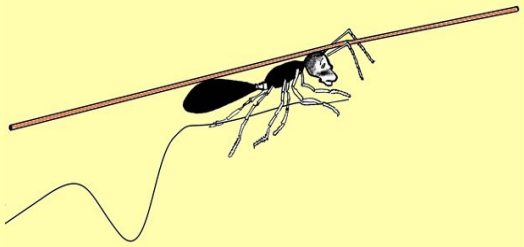


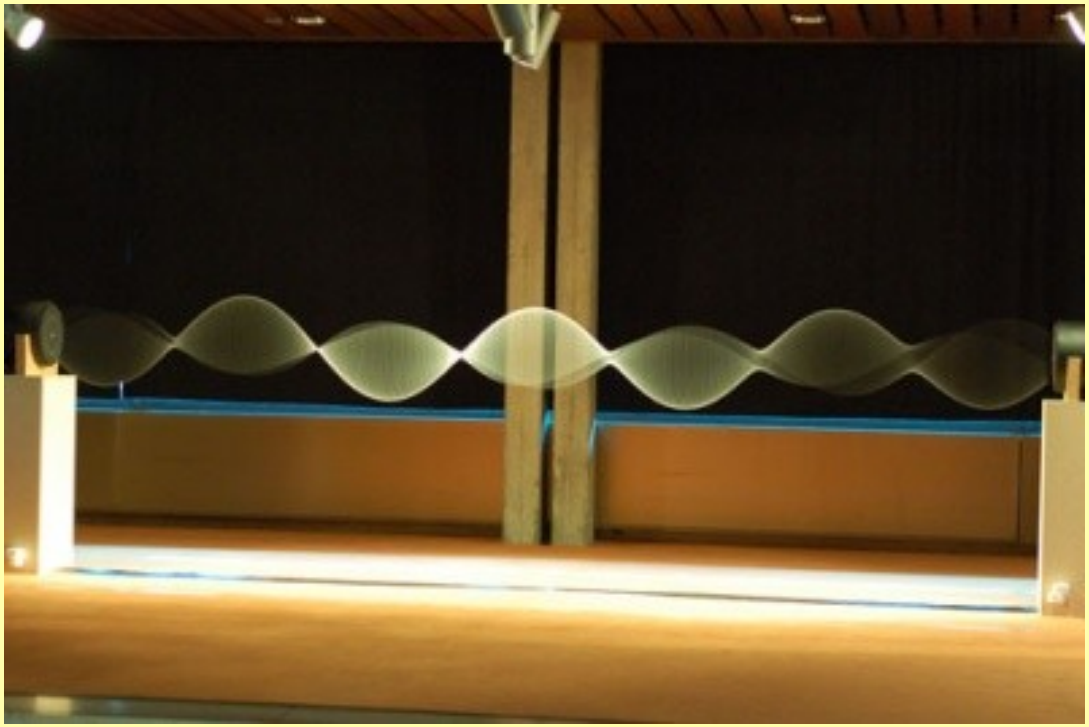


Els harmònics

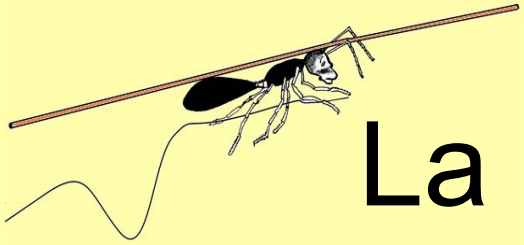








Nom provisional	**P**	**Q**	**R**	**S**	**T**	**U**	**V**	**X**	**Y=P**
264x	1	9	5	11	3	13	7	15	2
harmònic	264=264	264x9=2376	264x5=1320	264x11=2904	264x3=792	264x13=3432	264x7=1848	264x15=3960	264x2=528
Dividit per	1	8	4	8	2	8	4	8	1
nota	264	297	330	363	396	429	462	495	528

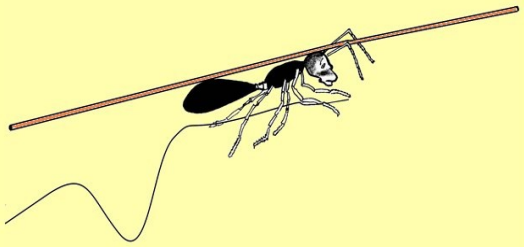


La recerca d'harmònics genera una escala en progressió aritmètica

Do x ...	**9**	**5**	**11**	**3**	**13**	**7**	**15**	**2**
P	**Q**	**R**	**S**	**T**	**U**	**V**	**X**	**Y=P**
264	297	330	363	**396**	429	462	495	528

R	33	33	33	33	33	33	33	33
Q	9/8	10/9	11/10	12/11	13/12	14/13	15/14	16/15

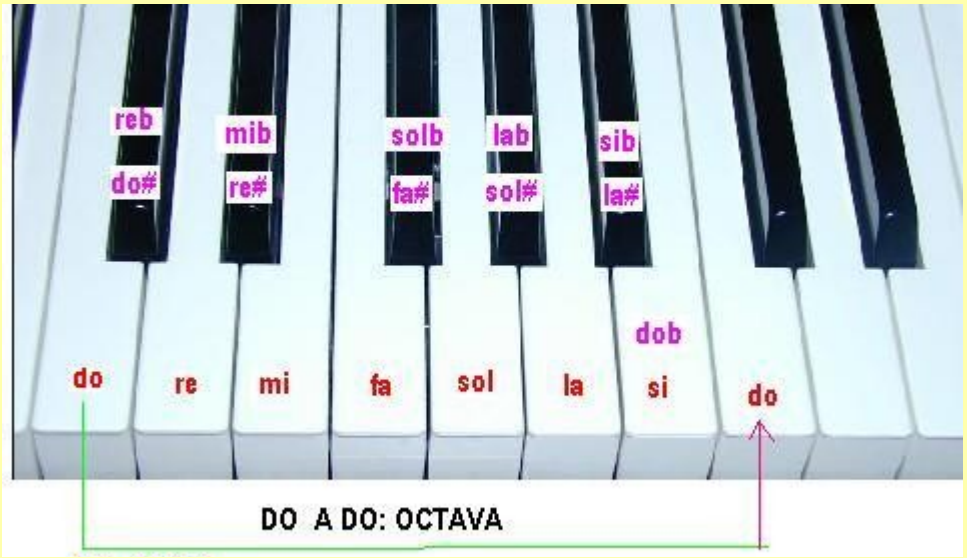
Però aquesta escala sona com un dimoni!

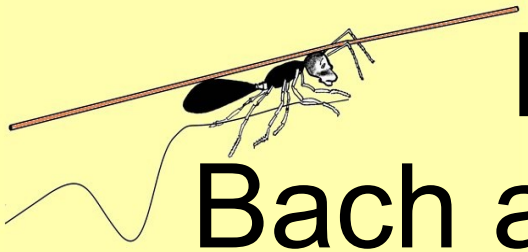


Cal refer l'escala

Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	desapareix	Si	Do
P	**Q**	**R**	**S**	**T**	**U**	**~~V~~**	**X**	**Y**
264	297	330	~~363~~ 352	**396**	~~429~~ 440	~~462~~	495	528

Q	9/8	10/9	15/16	9/8	10/9	9/8	16/15
	1 to	1 to	½ to	1 to	1 to	1 to	½ to



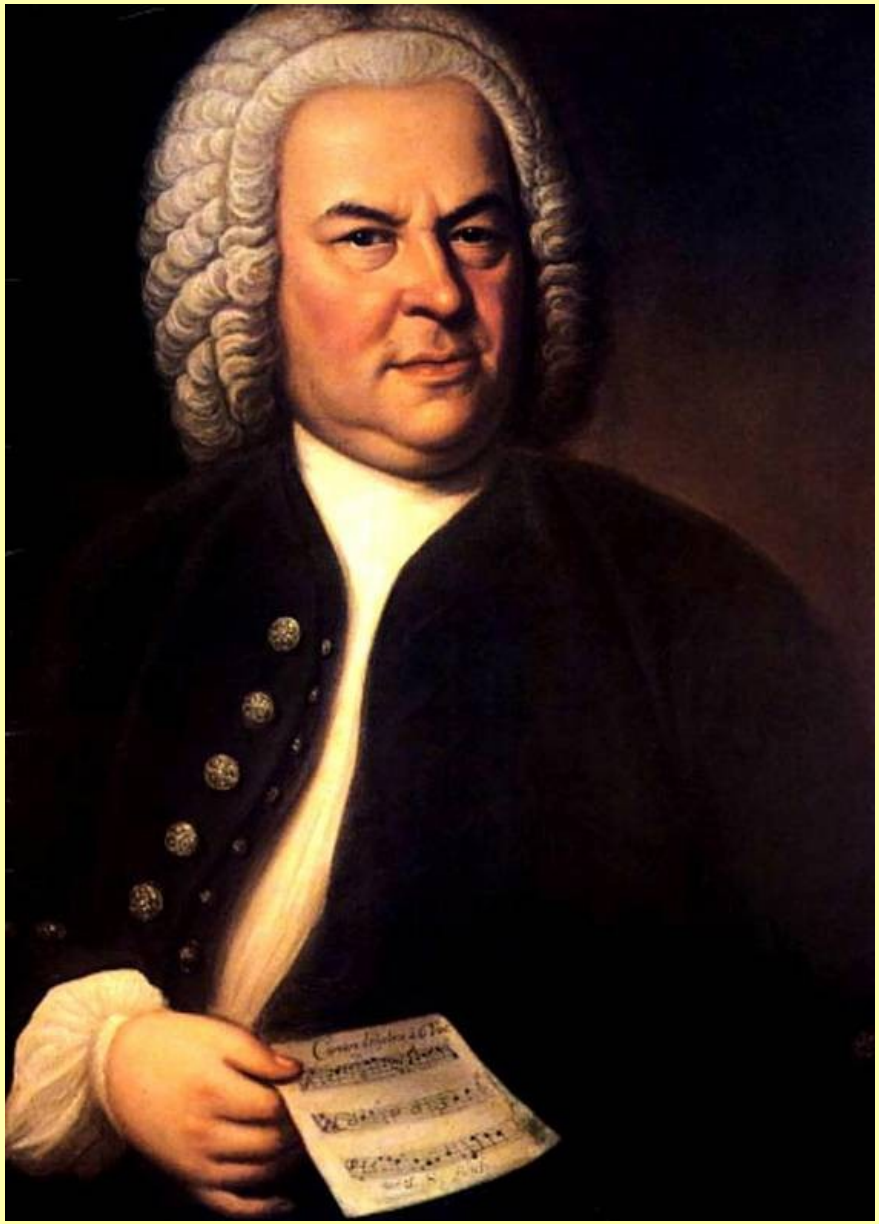


Però a l'època de Bach aquesta escala ja no era vàlida perquè...

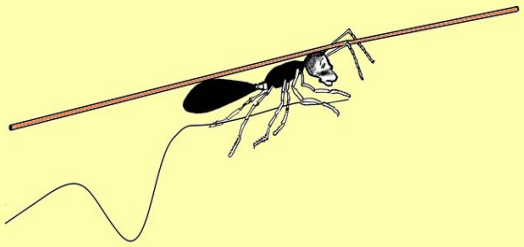
- El do# no és igual al re*b*.
- No es poden fer transposicions.
- No es podien afinar bé els nous instruments.

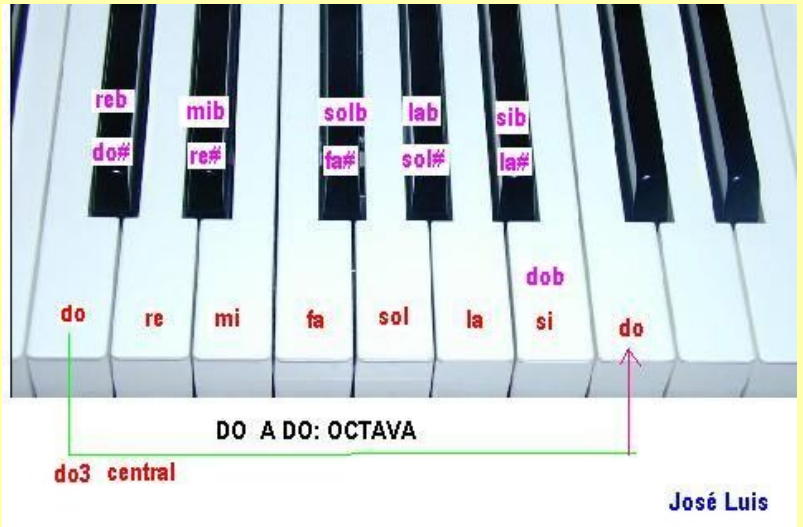


BACH
demana ajud a BERNOUILLI







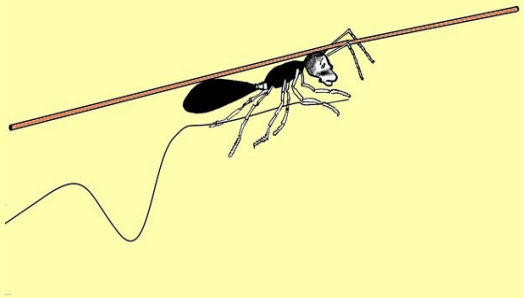


- Es van adonar que es tractava d'una **progressió geomètrica** de raó x desconeguda:
- Do = 264, Do#=264·x, Re=264·x^2 ... Si =256·x^{11} i Do =264·x^{12} = 264·2
- Per tant x^{12} = 2 i així x= $2^{1/12}$ =1,059462094

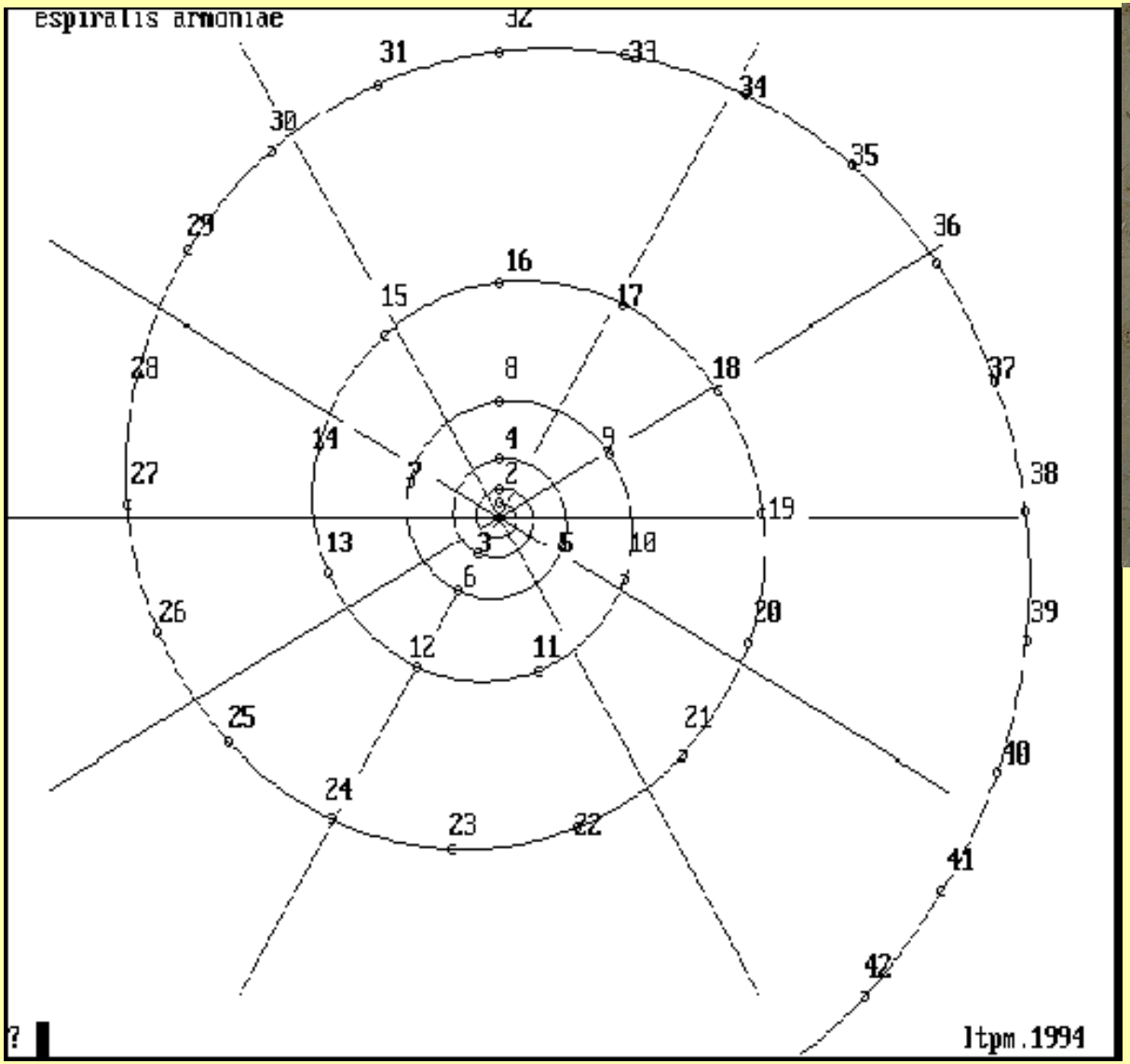
Do #	re#
277,1826	311,1269

fa#	sol#	la#
369,9944	415,3046	466,1637

do	re	mi	fa	sol	la	si	do
261,63	293,664767	329,627556	349,228231	391,995435	**440**	493,883301	523,251130

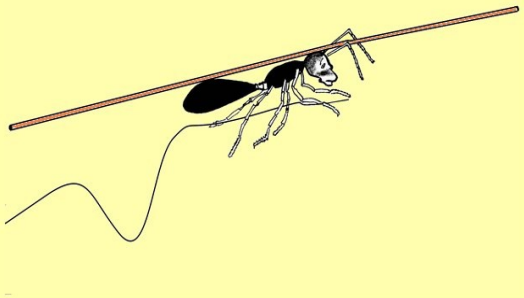


Bernuilli va visualitzar la escala musical (progressió geomètrica) en forma d'espiral.





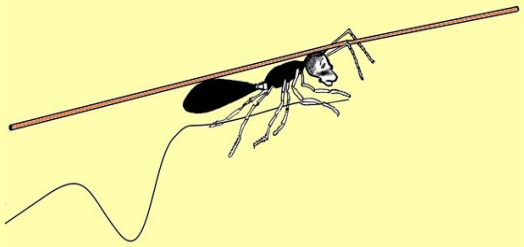




Progressions a les Ciències Socials

- Interès simple
- Interès compost

- Permet la introducció de la funció exponencial.



EL LOGARITME

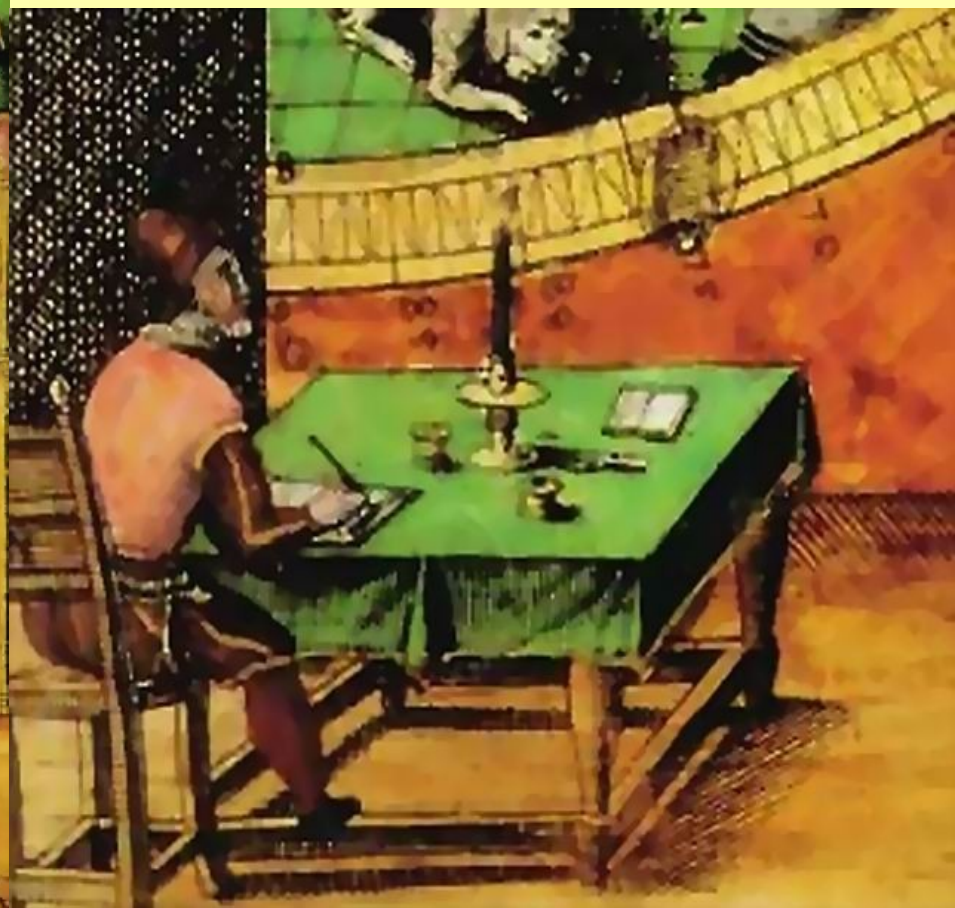
Els alumnes mostren **grans dificultats** en entendre el concepte de logaritme. Motivat per:

- El logaritme neix com una eina de càlcul actualment anacrònica.
- No poden entendre, encara, la importància de l'aplicació de logaritme.

Solució plantejada: Hem fet un dossier amb el format de novel·la històrica. L'alumne assumeix el paper d'un dels personatges.

- L'alumne és el calculista d'en Tycho Brahe (1546 - 1601)





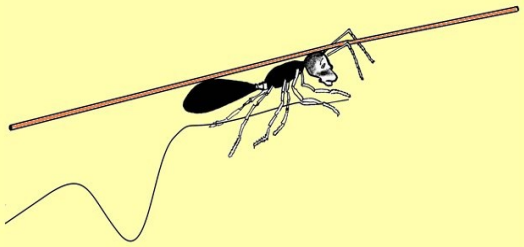







NON HABERI SED ESSE
TYCHO BRAHE





Calcula

$$x = \sqrt[7]{\frac{32,29}{28,36}}$$

Sense calculadora

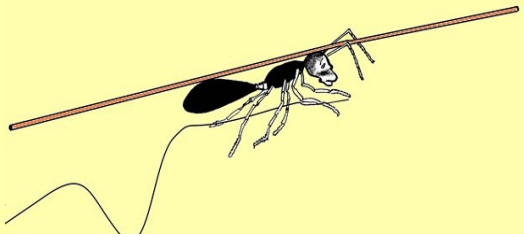
NEPPER (1550 - 1617)







Exemplar de la màquina multiplicadora de Neper fabricat per un alumne de l'IES El Sui de Cardedeu en un treball de recerca



- Amb les taules logarítmiques...

$$x = \sqrt[7]{\frac{32,29}{28,36}}$$

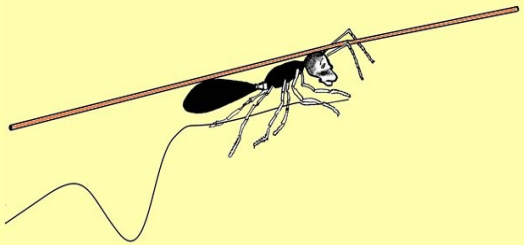
$$\ln x = \ln \sqrt[7]{\frac{32,29}{28,36}} = \ln\left(\frac{32,29}{28,36}\right)^{\frac{1}{7}} =$$

$$\ln x = \frac{1}{7}\ln\left(\frac{32,29}{28,36}\right) = \frac{1}{7}\left[\ln 32,29 - \ln 28,36\right] = \frac{1}{7}\left[3,4747575 - 3,3449797\right]$$

$$\begin{array}{r} 3,4747575 \\ -\ 3,3449797 \\ \hline 0,1297778 \end{array}$$

$$\begin{array}{rrrrrrrrr} 0 & ,1 & 2 & 9 & 7 & 7 & 7 & 8 & \big|\,7 \\ & & 5 & 9 & & & & & \hline 0,0185396 \\ & & & 3 & 7 & & & & \\ & & & & 2 & 7 & & & \\ & & & & & 6 & 7 & & \\ & & & & & & 4 & 8 & \\ & & & & & & & \big|\,6\,\big| & \end{array}$$

$\ln x = 0,0185396 \qquad x = e^{0,0185396} = 1,018712525$



Matemàtica financera



O50

Taula d'amortització

1 **Dades inicials:**

capital= 129217
interès= 4,25%
terminis 12
anys 30

quota= 635,6699691
total quotes= 360

any 2003

termini	t. Pendents	quota	interes	deute amort	deute pend
1	359	635,67	457,64	178,03	129.038,97
2	358	635,67	457,01	178,66	128.860,32
3	357	635,67	456,38	179,29	128.681,03
4	356	635,67	455,75	179,92	128.501,10
5	355	635,67	455,11	180,56	128.320,54
6	354	635,67	454,47	181,20	128.139,34
7	353	635,67	453,83	181,84	127.957,50
8	352	635,67	453,18	182,49	127.775,01
9	351	635,67	452,54	183,13	127.591,88
10	350	635,67	451,89	183,78	127.408,09
11	349	635,67	451,24	184,43	127.223,66
12	348	635,67	450,58	185,09	127.038,57

2 **Renovació 1**

capital pendent 127.038,57
interès= 3,50%
terminis 12
anys 29

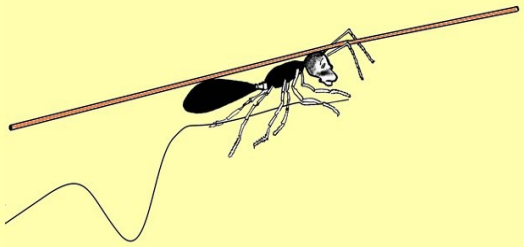
quota= 581,6220394
quot. Pend= 348

any 2004

termini	t. Pendents	quota	interes	deute amort	deute pend
13	347	581,62	370,53	211,09	126.827,48
14	346	581,62	369,91	211,71	126.615,77
15	345	581,62	369,30	212,33	126.403,45
16	344	581,62	368,68	212,95	126.190,50
17	343	581,62	368,06	213,57	125.976,93
18	342	581,62	367,43	214,19	125.762,75
19	341	581,62	366,81	214,81	125.547,93
20	340	581,62	366,18	215,44	125.332,49
21	339	581,62	365,55	216,07	125.116,42
22	338	581,62	364,92	216,70	124.899,72
23	337	581,62	364,29	217,33	124.682,39
24	336	581,62	363,66	217,97	124.464,43

3 **Renovació 2**

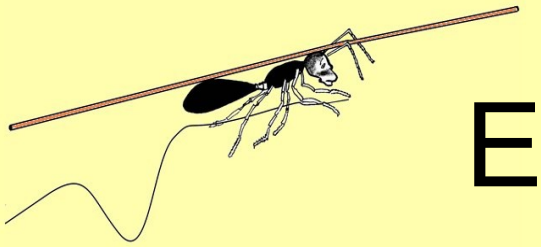
capital pendent 124.464,43



Estadística

Consideracions:

- Ens preocupa el fet que els alumnes del batxillerat científic no en fan. I donat que per els alumnes de ciències socials no entra a les PAU, decidim reforçar l'estadística i la probabilitat a l'ESO.



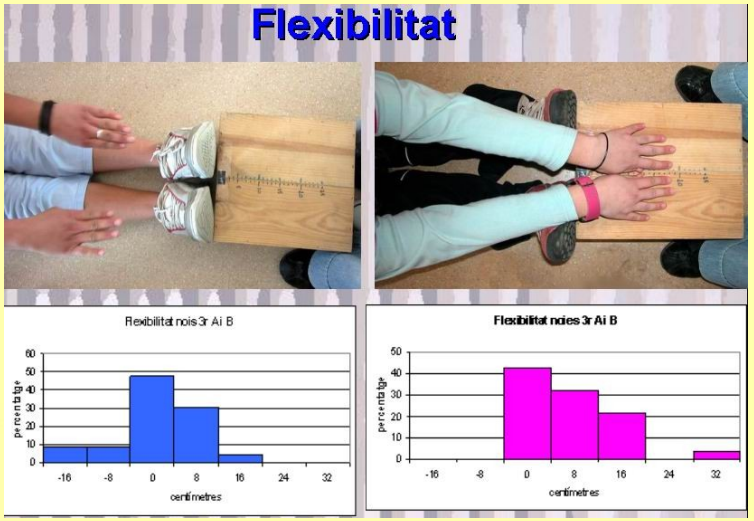
Estadística 2n ESO

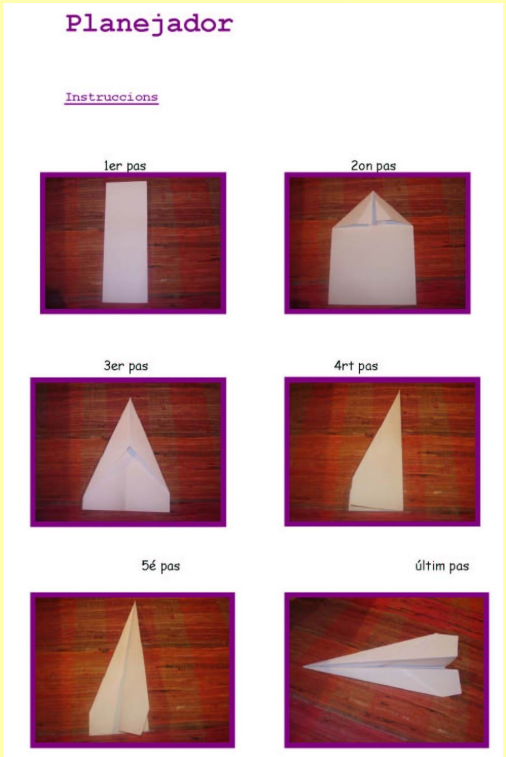
ies el SUI

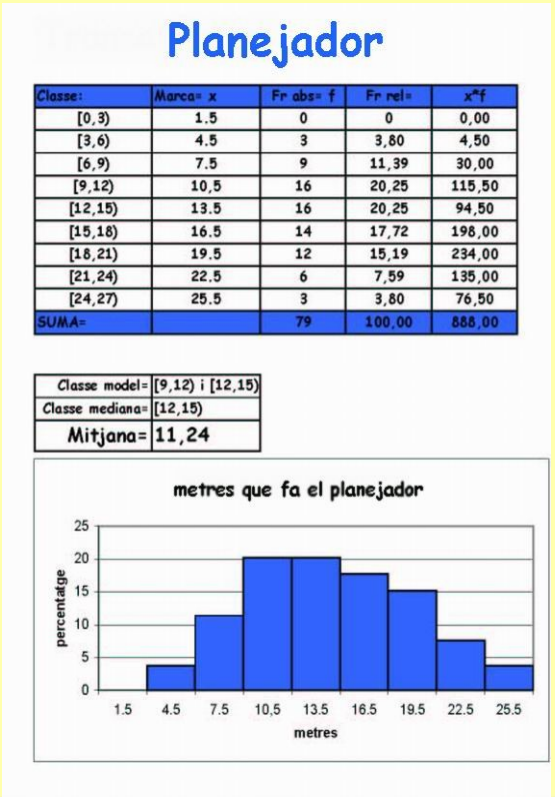
Estadístiques en les competicions



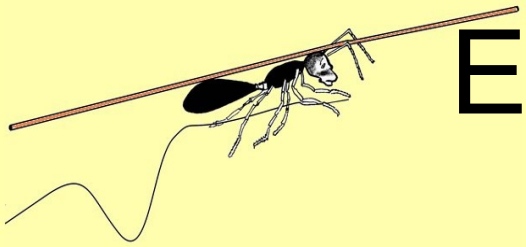
Matemàtiques. 2n ESO

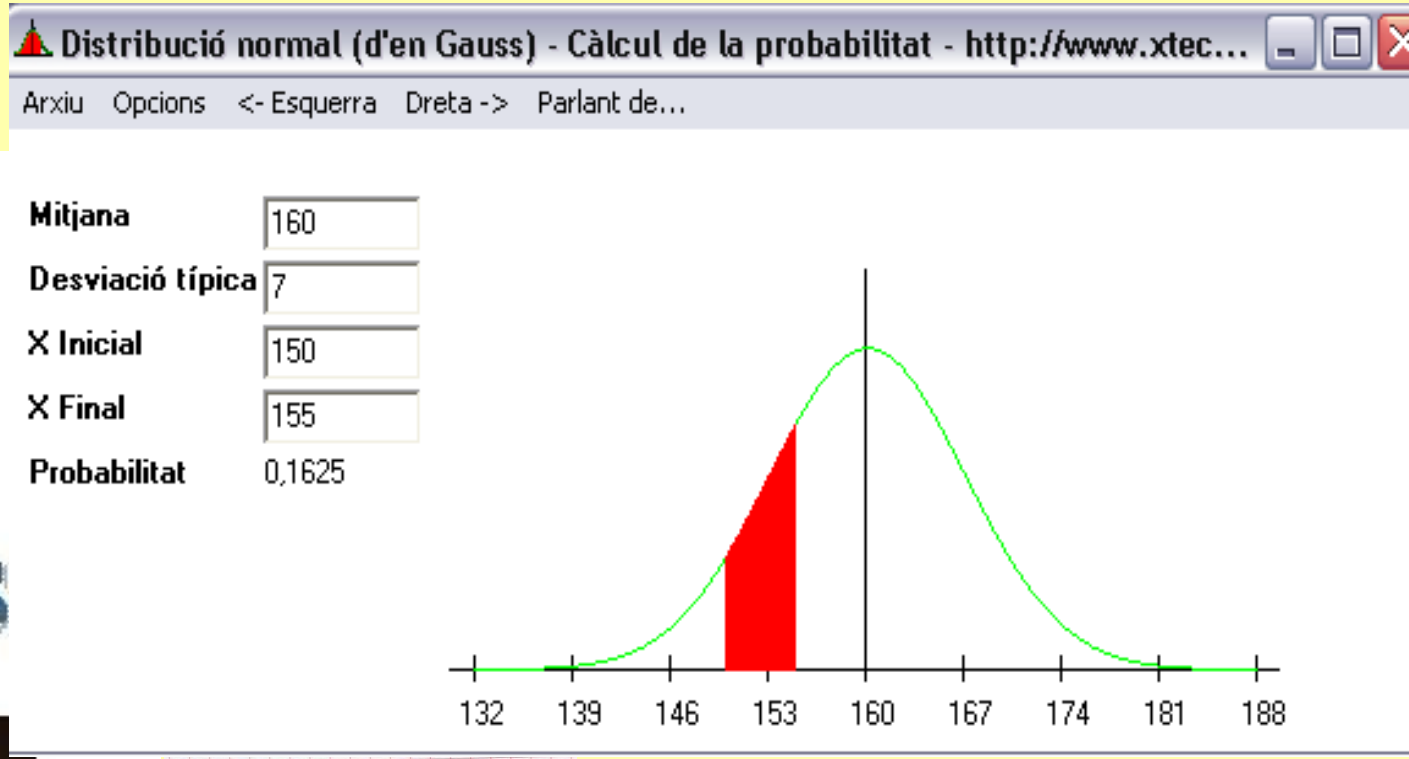






Estadística 3r ESO: la normal



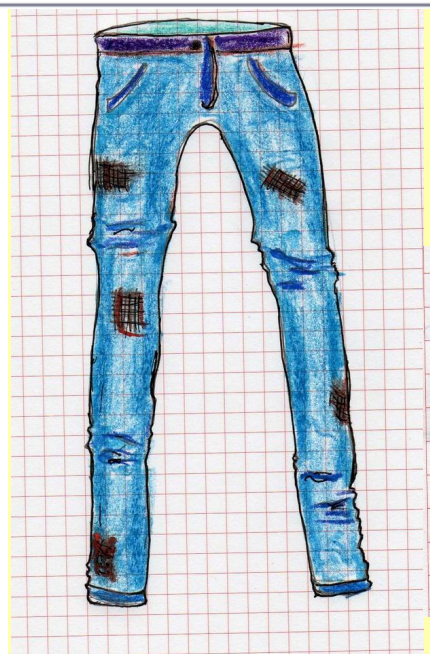


ies el SUI

Moda per a ells



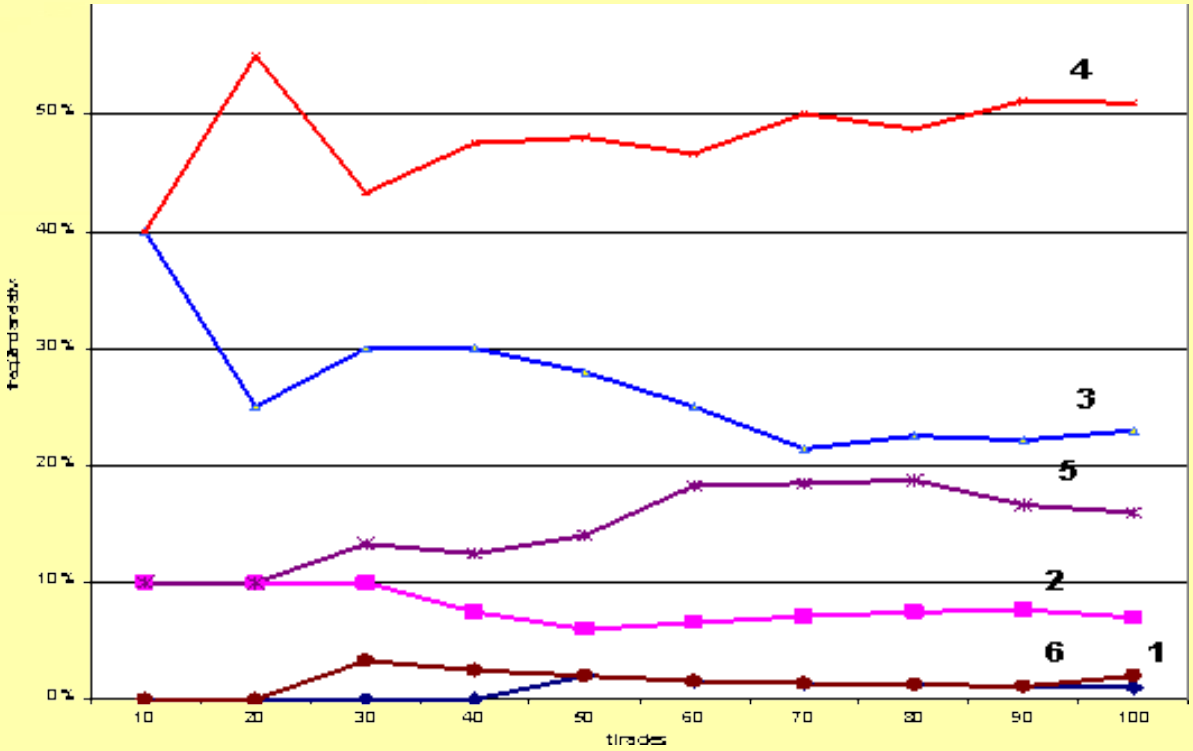
Matemàtiques. 3r ESO

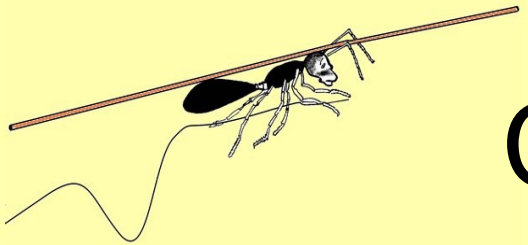




Probabilitat 4t ESO







Correlació 4t ESO

Ús de la recta de regressió

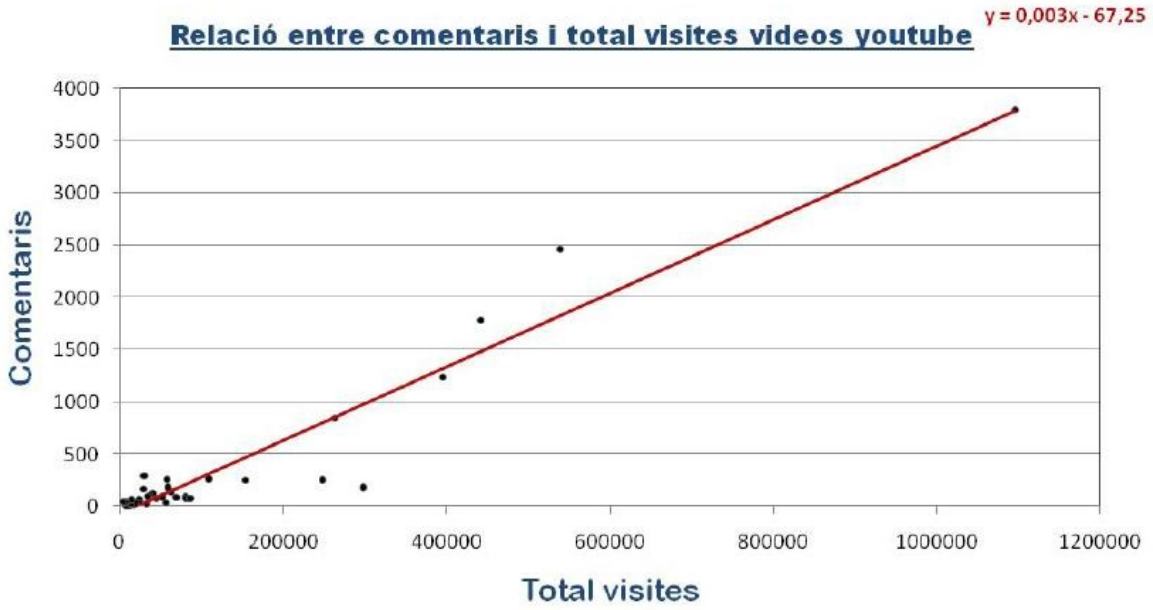
Ara, gràcies al càlcul de la recta, podrem fer prediccions de quants comentaris tindrà si té tantes visites. Ara, ho comprovarem:

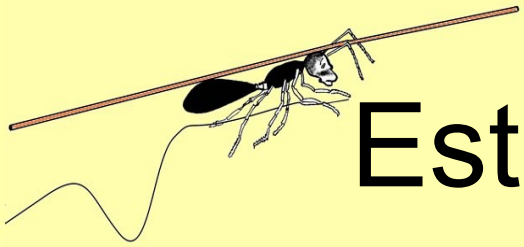
Si un vídeo té 50.000 visites, quants comentaris tindrà?

Com que x= visites i y=comentaris, sols hem d'aplicar la formula y= 0,00352178x + (-67,2500985) substituint les dades.

y= 0,00352178*50000+(-67,2500985)= **108,838**

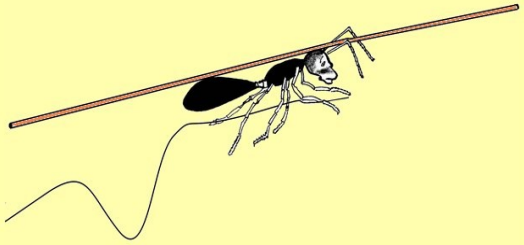
Aproximadament 110 comentaris serien els que tindria el vídeo si tingués 50.000 visites.





Estadística al Batxillerat

- El primer cop que els alumnes han d'aplicar els seus coneixements d'estadística per iniciativa pròpia és en el **treball de recerca**.
- Vàrem detectar la incapacitat de l'alumnat en aplicar les diferents fases i tasques d'un treball estadístic.
- Per això vam decidir dedicar gairebé tot el temps a solucionar aquesta mancança (confecció de qüestionaris, tècniques de mostreig, recopilació de dades, tractament estadístic i interpretació).



Cada curs fem un treball exhaustiu que es publica a la revista de l'institut

IES El Sui — Batxillerat

Petit estudi sociològic dels joves de Carde

Els alumnes de 1r de Batxillerat estem fent un treball d'es
els conceptes que treballem és molt important per nosaltr
siguin del tot sinceres. Si no estàs disposat a contestar
no la facis.
Tant els alumnes com el professor estem en disposició de
anonimat de les respostes que ens donis.
Ens agradaria poder publicar els resultats a la revista.
Agraïm molt sincerament la teva col·laboració

Edat: _____ Sexe: ☐ M

Curs ☐ 1r ESO ☐ 2n ESO ☐ 3r ES
☐ 1r BATX ☐ 2n BATX

1. Nivell adquisitiu del joves

En primer lloc ens agradaria que ens contestessis un
nivell adquisitiu que tens tu personalment.

*1.1. Quants diners et donen els teus pares cad
donen una quantitat fixa, contesta una qu
digues, simplement, el que et van donar l
setmana.*

Em donen [ ] € a la setmana.

*1.2. La paga que reps dels pares és sempre la
segons les activitats del cap de setmana (
vas al cinema a la disco,...)*

☐ No em donen cap paga
☐ sempre és la mateixa
☐ Varia: em donen els diners que nece
concretes

1.3. A quina edat vas començar a rebre una pa

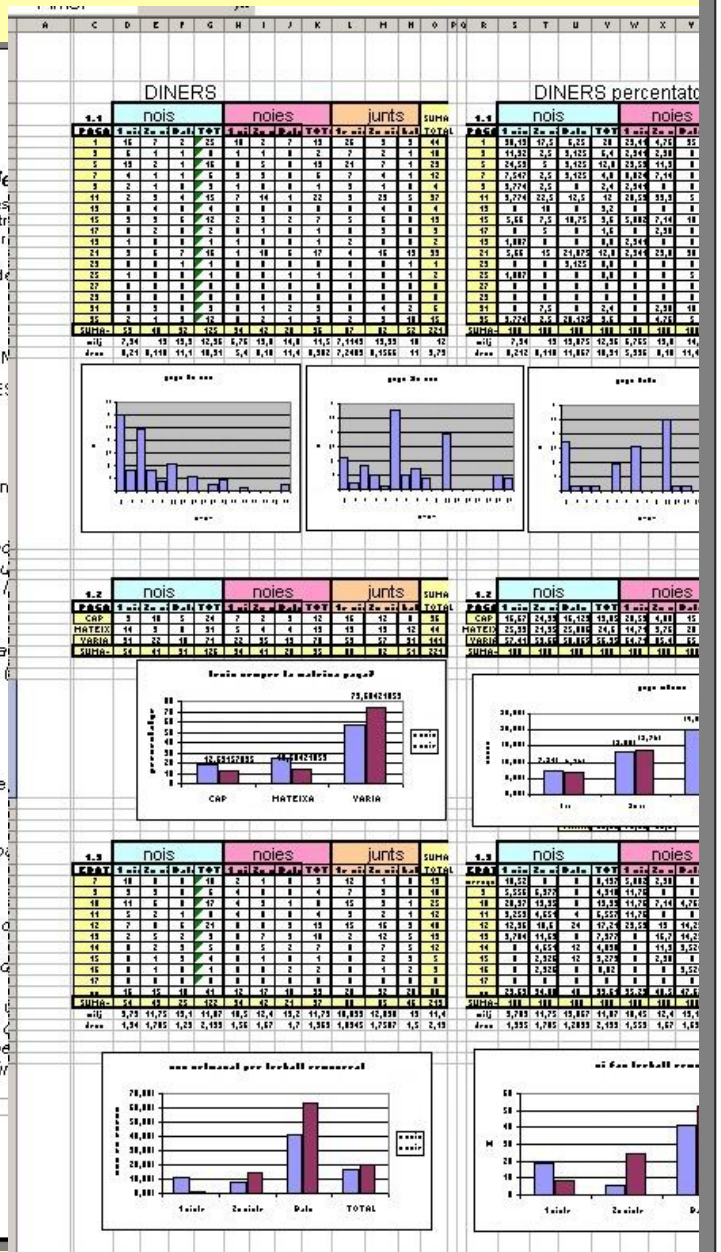
☐ No em donen cap paga
Va ser als [ ] anys

*1.4. Molts joves reben, ocasionalment diners d
tiets...) per d'aniversaris o altres motius.
cas posa la quantitat de diners aproximad
rebre en un any.*

Puc arribar a rebre uns [ ] € en

*1.5. Valora entre 1 i 10 el grau de satisfacció
diners que et donen els teus pares entene
satisfet i 10 molt satisfet. (encercla el nú*

1	2	3	4	5	6	7



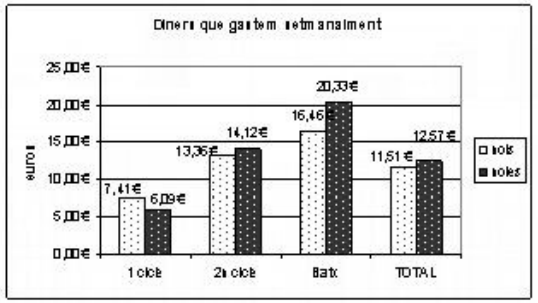
IES El Sui — Matemàtiques 1r de Batxillerat de CC. SS.

Diners, treball i sexe

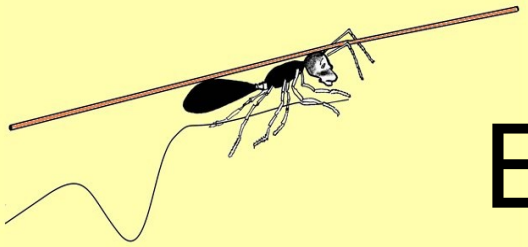
Quants diners tenen els alumnes de d'institut? Quines són les seves expectatives de futur? Tenen relacions sexuals? On? Quan? Com?. Tot allò que sempre havies volgut saber i mai t'havies atrevit a preguntar.
Els alumnes de 1r de batxillerat de ciències socials hem fet una enquesta que dóna resposta totes aquestes qüestions.

diners

L'enquesta que hem fet contempla tres possibles fons d'ingrés econòmic dels alumnes: Una paga dels pares, regals en diners de familiars en ocasions especials i feines remunerades. En els tres casos hem detectat que les diferències entre uns alumnes i altres són tant grans que la mitjana deixa de ser representativa. Es com aquella història d'un poble en que la meitat de la població menjava dos pollastres setmanals i l'altra meitat cap però en mitjana en menava un cadascun. Aquí passa una cosa similar, la paga mitjana setmanal dels alumnes oscil·la entre uns 7€ a primer cicle i 18 al batxillerat, ara bé, hi ha alumnes que teniu molta més paga i hi ha vora un 18% que ni tant sols en teniu.
Pel que fa als diners que podeu rebre de regals la quantitat mitjana se situa al voltat dels 320€ anuals (amb diferències enormes entre uns altres, com ja hem dit) i les diferències encara són més grans entre els alumnes que treballen, amb sous que van dels 10 € setmanals fins algun que pot arribar als 300.. A l'hora d'analitzar les diferències entre nois i noies observem que la paga que reben els nois a batxillerat és fins a 5 € més alta que les noies. Per contra hi ha moltes més noies que treballen i el sou que guanyen en els seus treballs també és superior als nois. Per saber, definitivament, qui disposa de més diners ens hem de refiar més dels diners que us gasteu i en aquest aspecte guanyen les noies. Per exemple, les noies de batxillerat gasten uns 20 € setmanals mentre que els nois 16€.



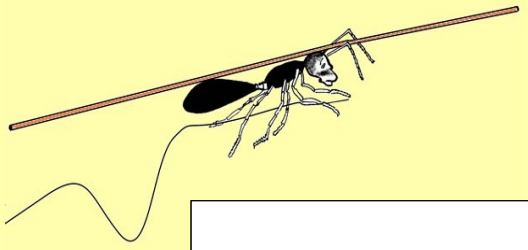
Ara sols ens falta saber en què us gasteu els diners.
Les prioritats en les despeses mostren molt bé la psicologia de cada edat. Els de primer cicle prioritzen les xuxes, A segon cicle, es van fent més grans i la pròpia imatge és el més important, gastant els diners en roba. Al batxillerat, en canvi, les relacions personals són la prioritat i els diners se'n van en sortir amb els amics.
Una dada ens ha cridat molt l'atenció: Nois de batxillerat, sou uns borratxos!. Com és possible que la segona causa de despesa econòmica sigui l'alcohol?, Heu de seguir



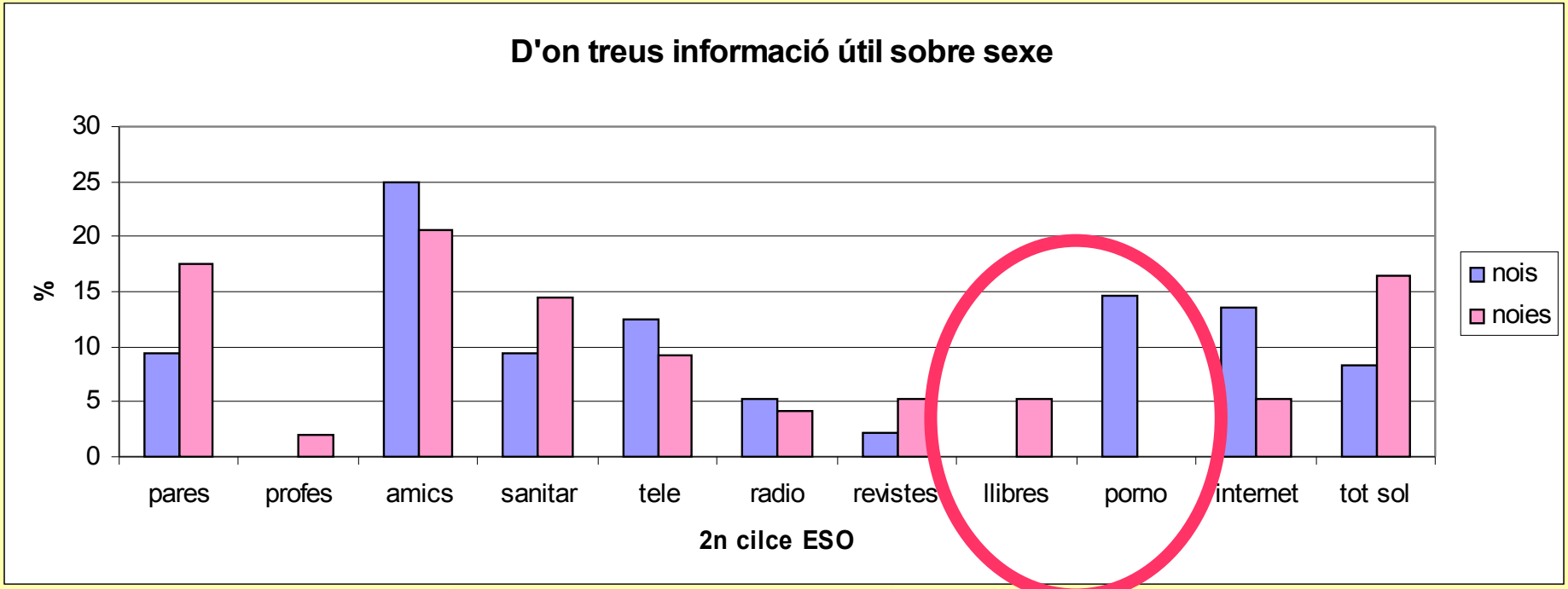
Estudis estadístics útils per:

- Publicar-los a la revista de l'institut.
- Utilitzar-los a Tutoria
- Utilitzar-los per fer orientació (social, sexual, estudis futurs, conscienciació mediambiental...)

Veiem un parell d'exemples:



• Adolescència i sexualitat



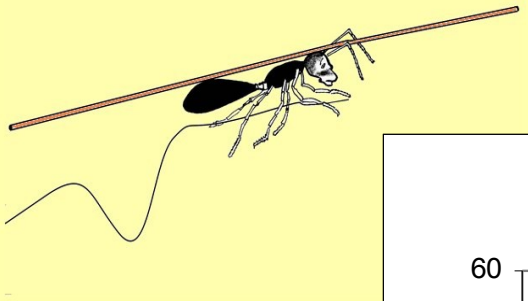
Qui és més madur sexualment?

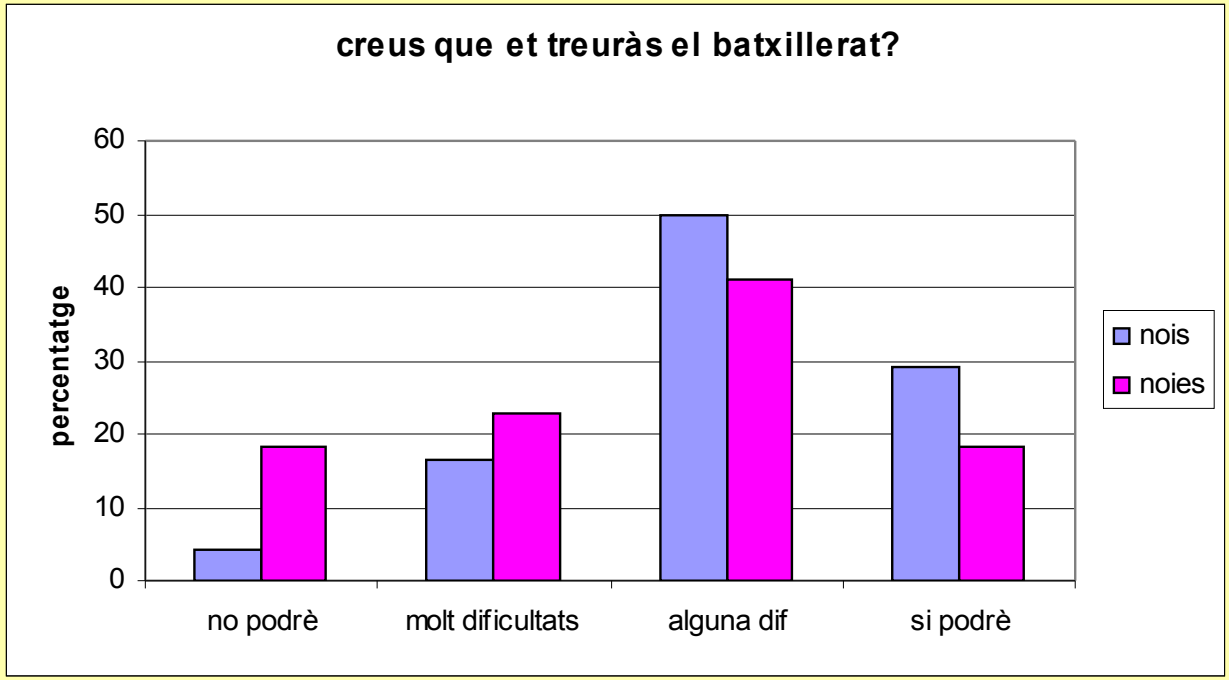


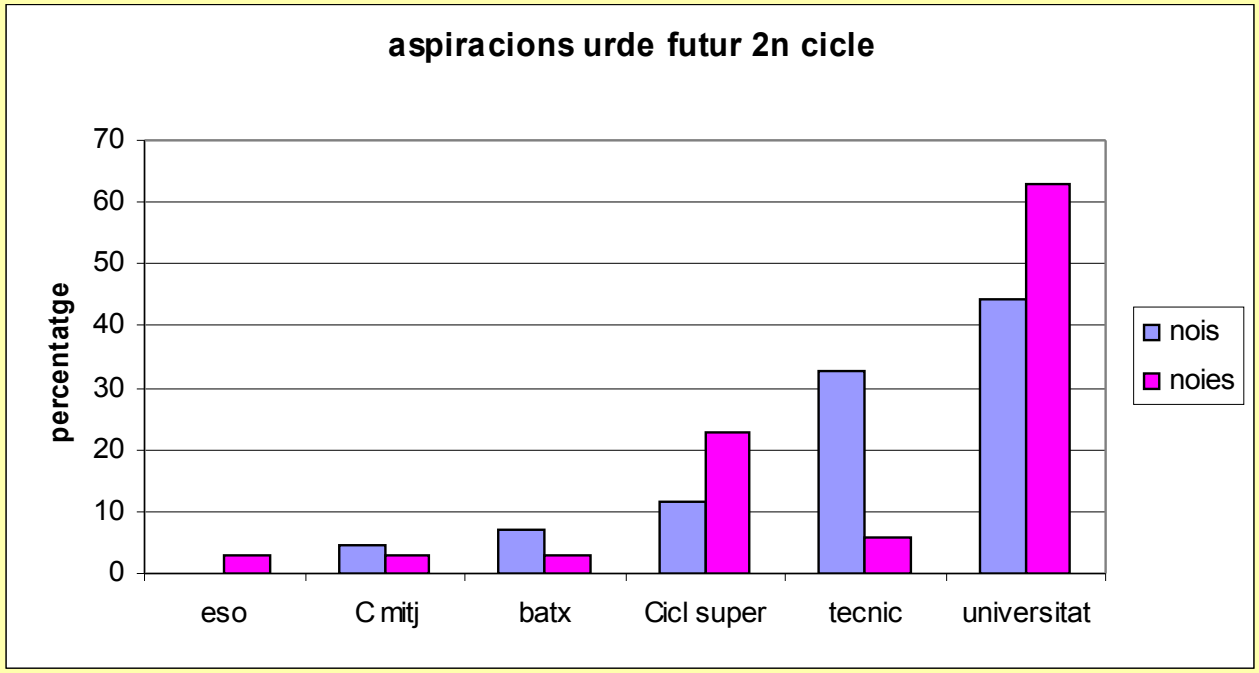
ha d'assumir la responsabilitat en els mètodes anticonceptius?

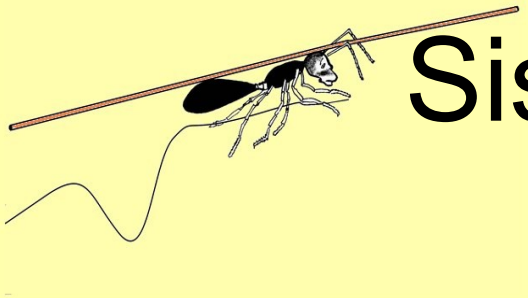


• Estudis i expectatives de futur





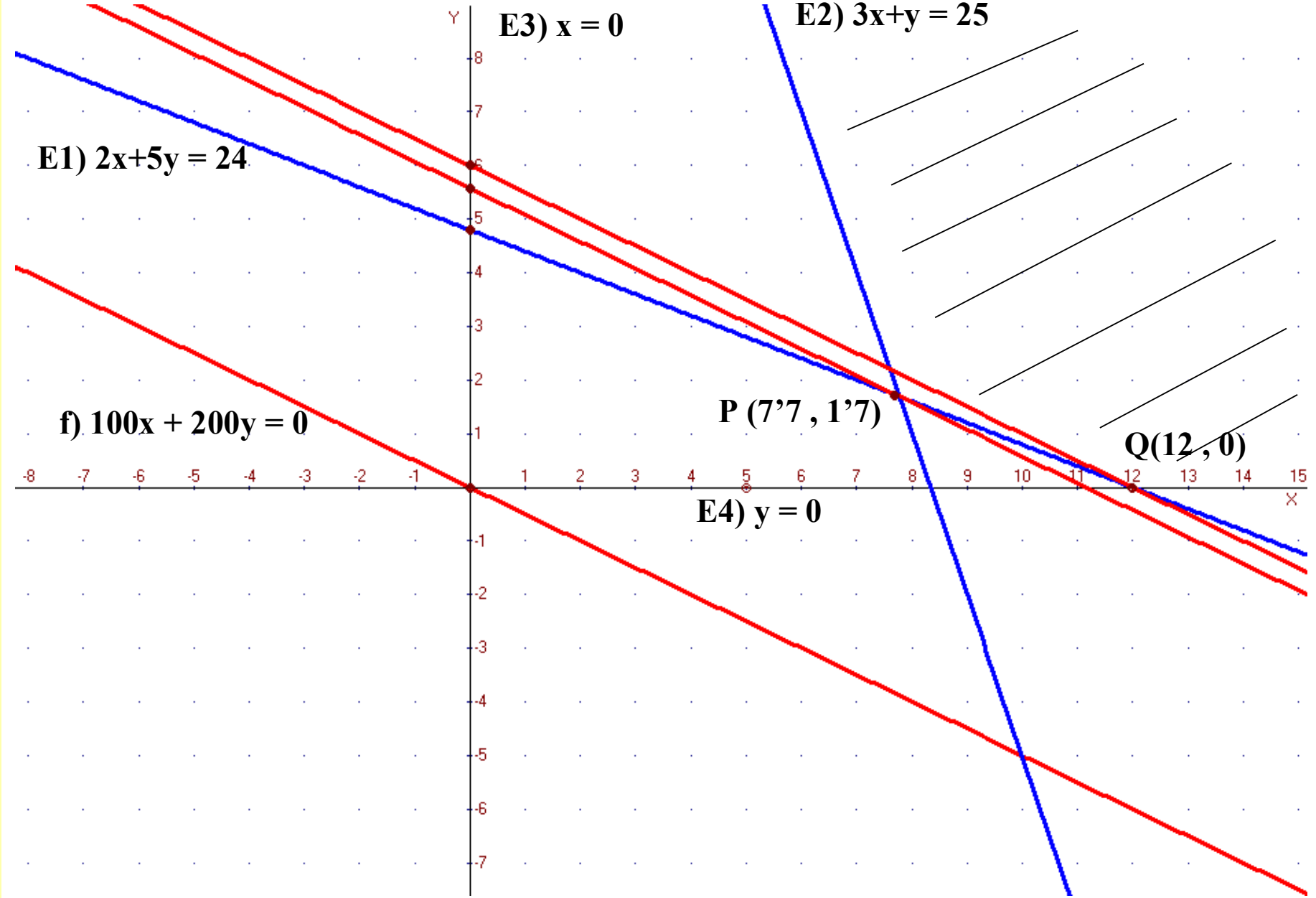


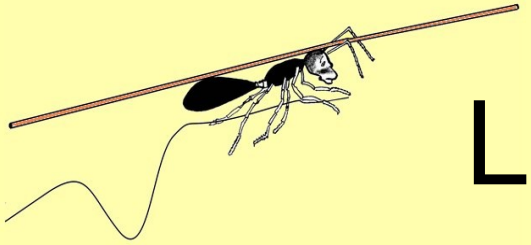


Sistemes d'equacions i matrius

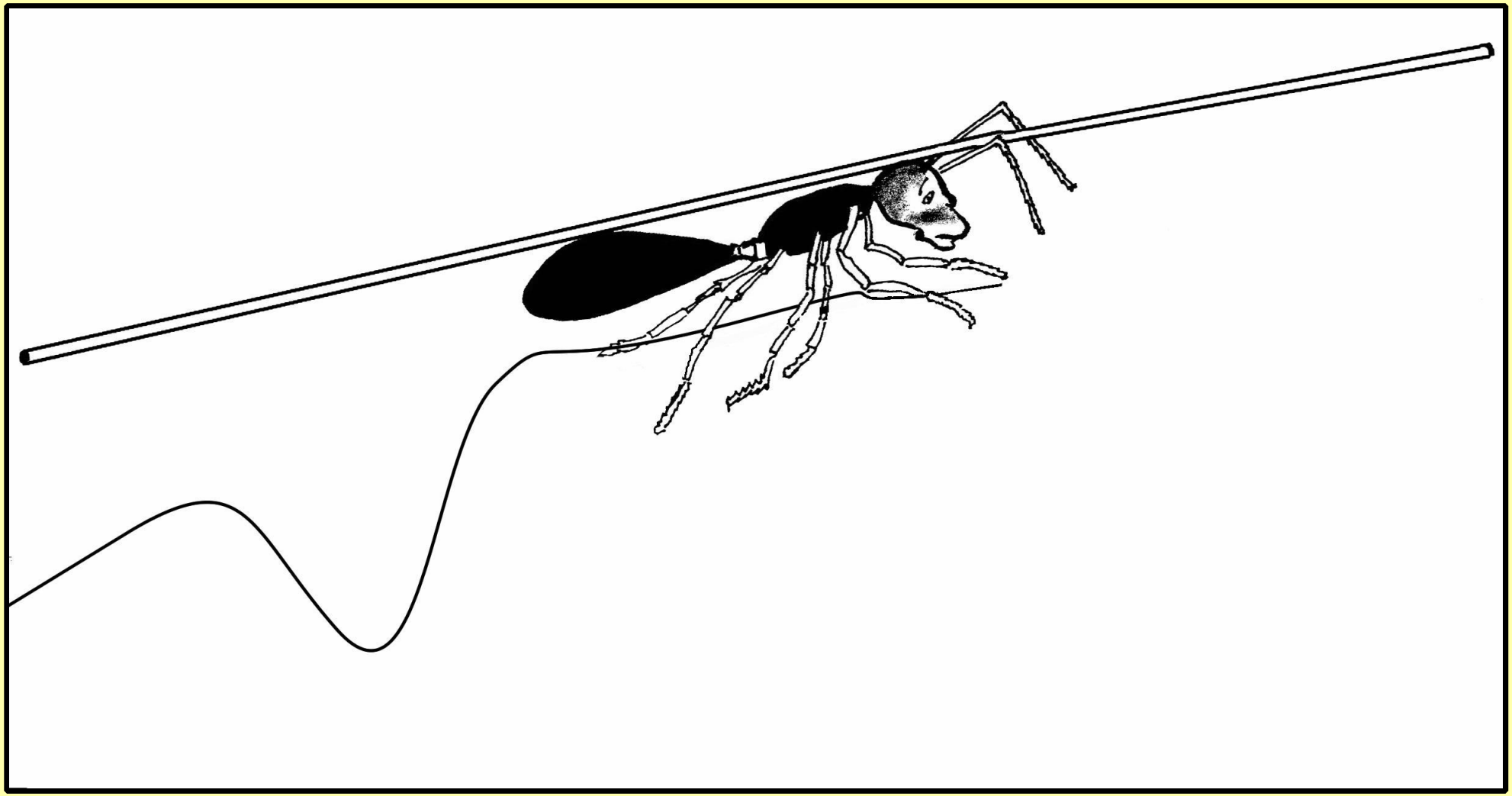
- Ho treballem d'una manera bastant clàssica prioritzant el mètode de Gauss
- Donem molta importància a la resolució de problemes

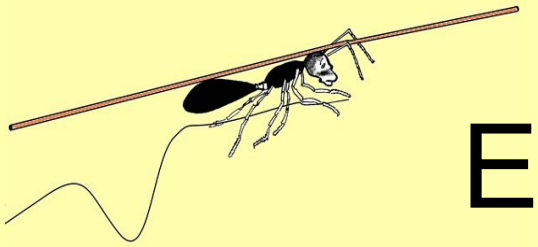
Programació lineal



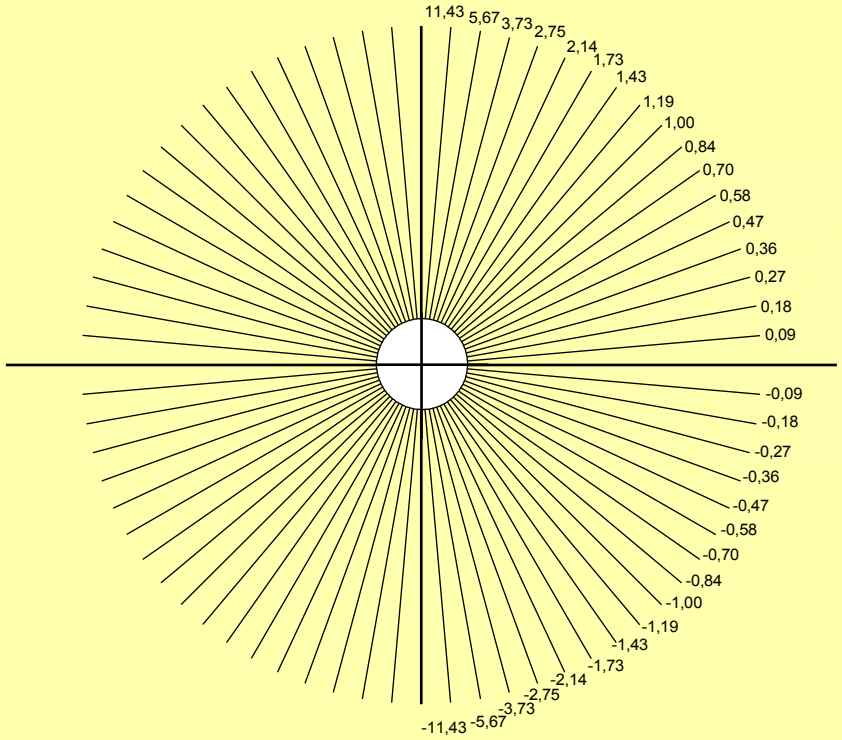


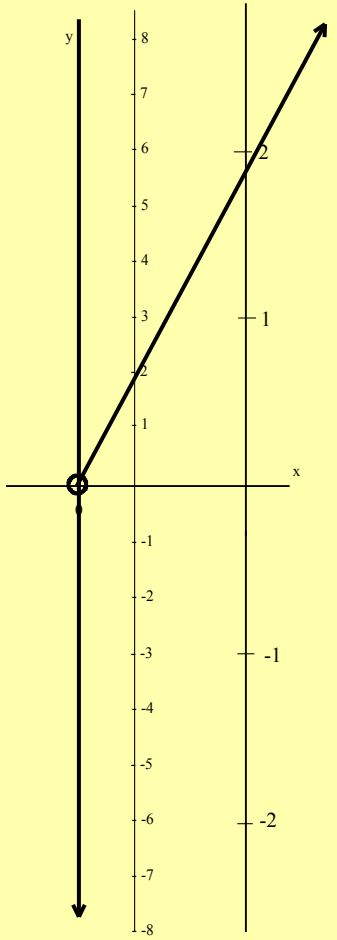
La Funció Derivada

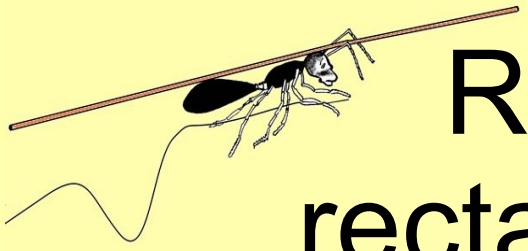




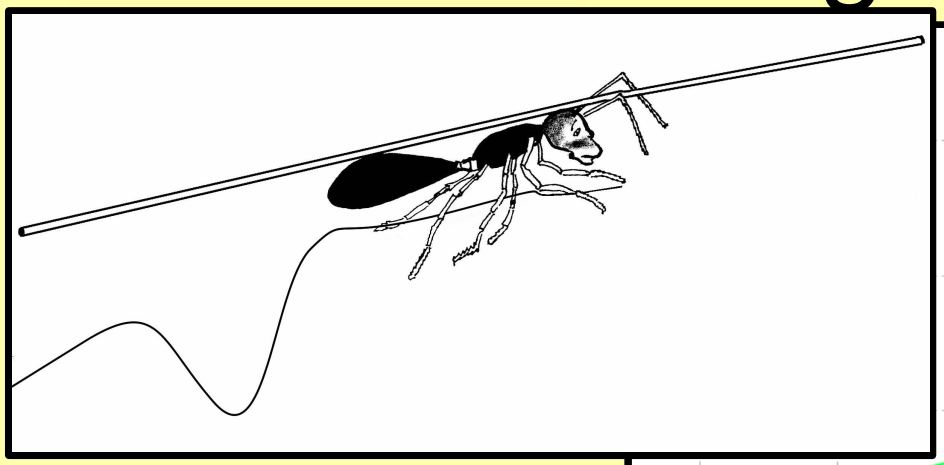
Els mesuradors de pendents

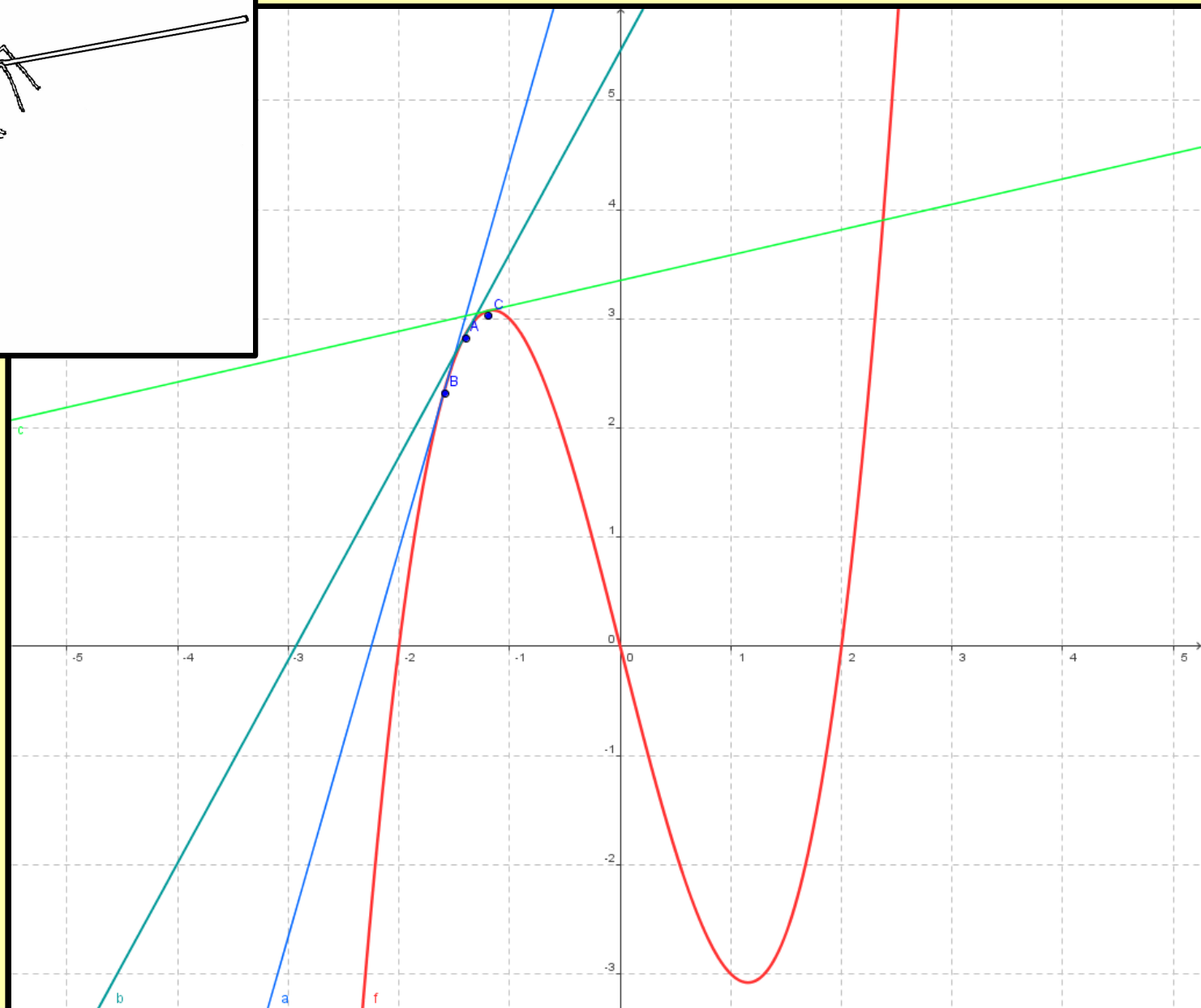


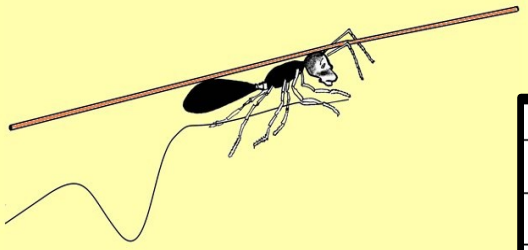




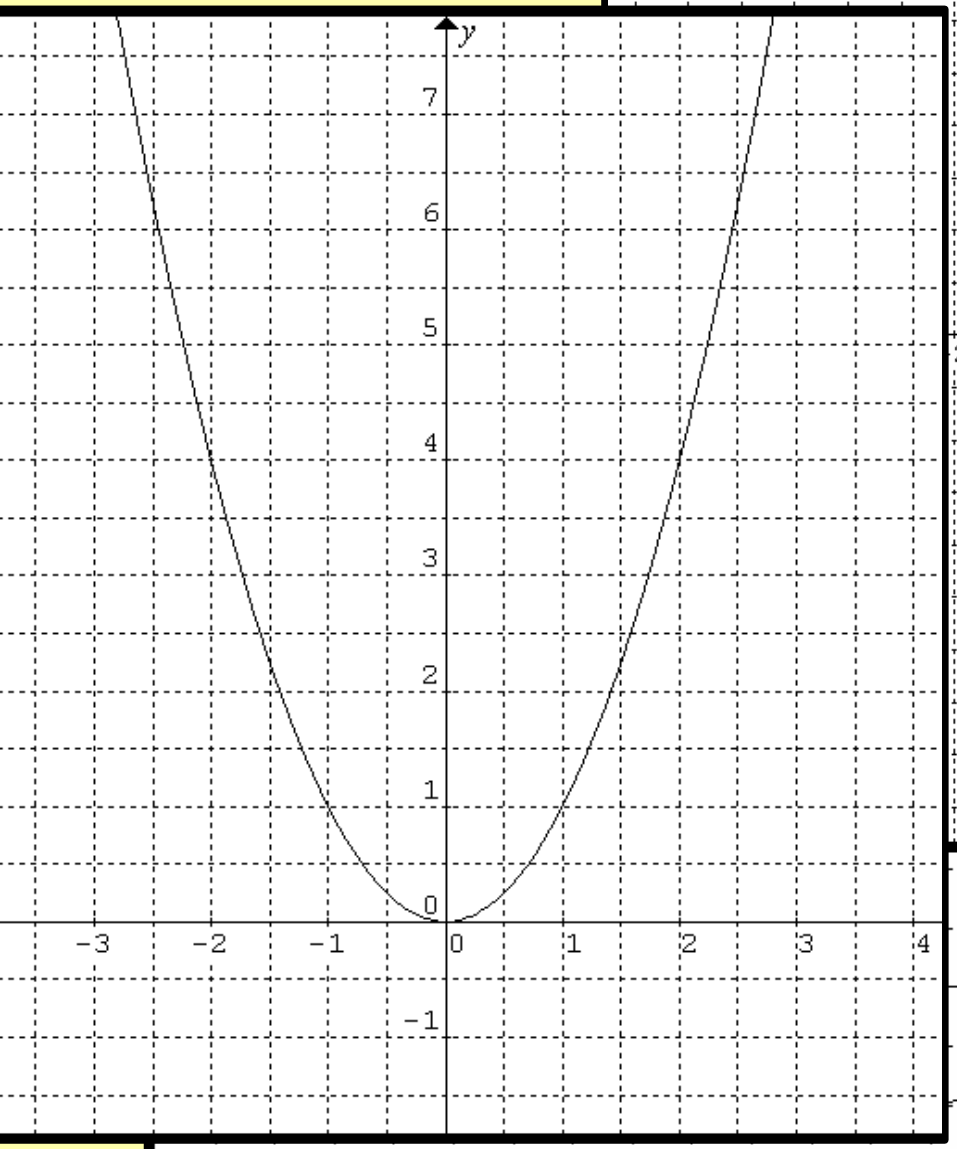
Recerca del pendent de la recta tangent amb el mesurador

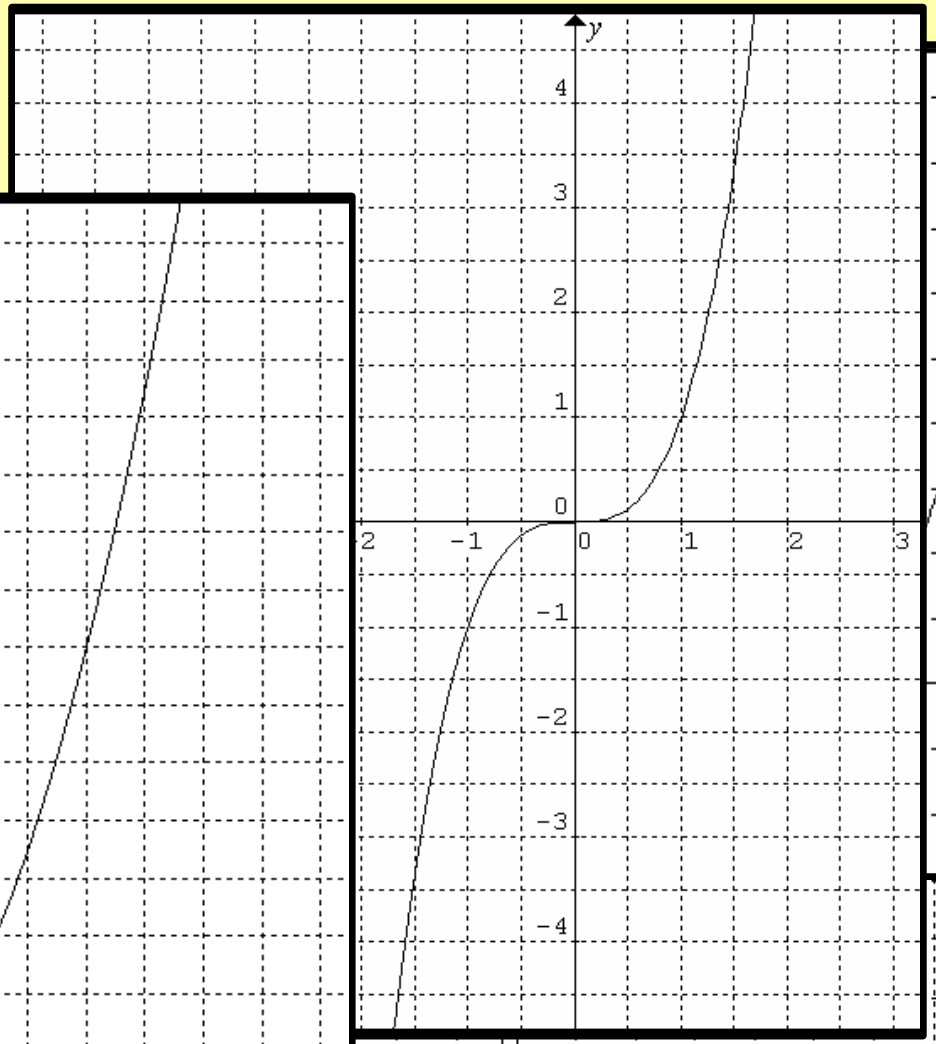


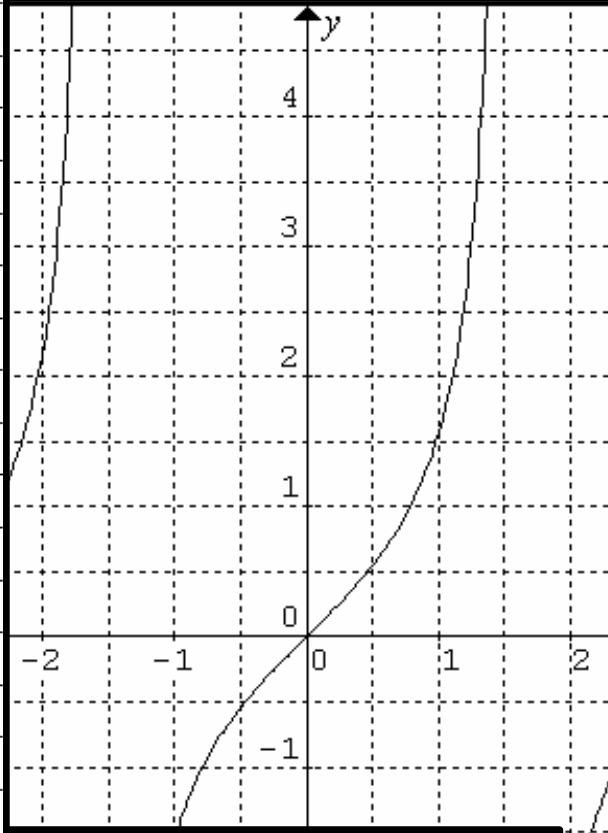


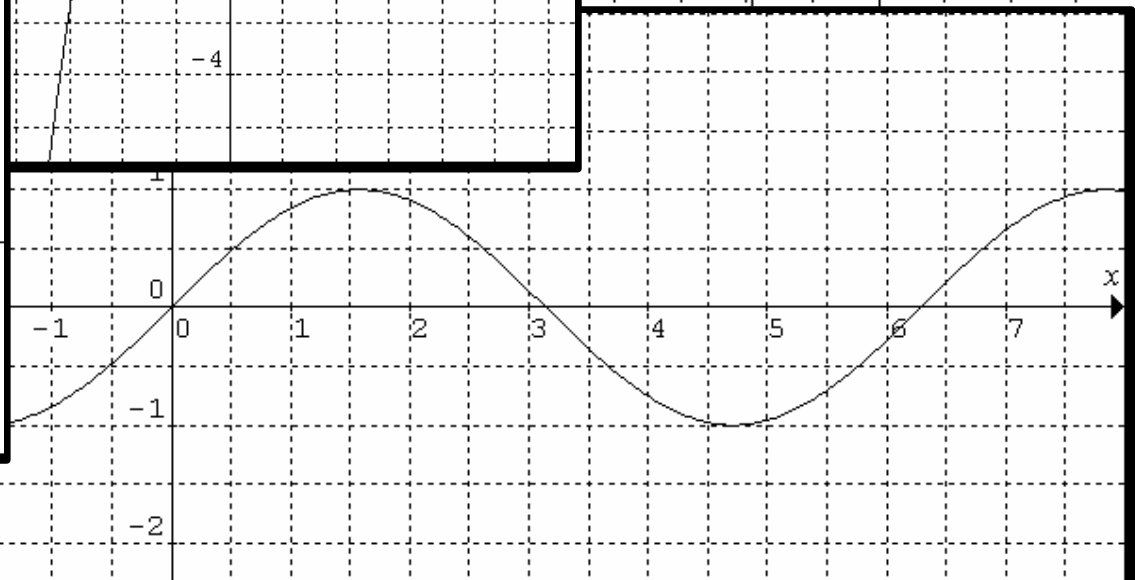


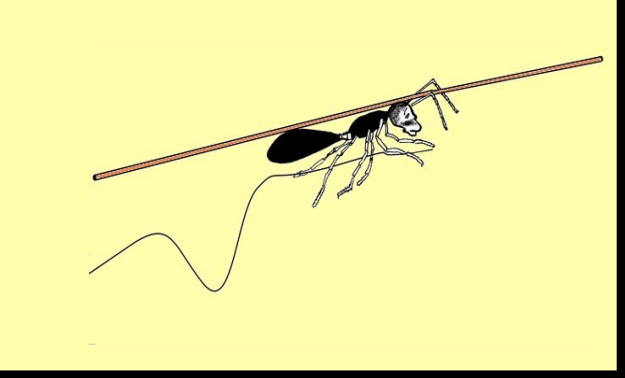
Dibuixa la funció derivada de...

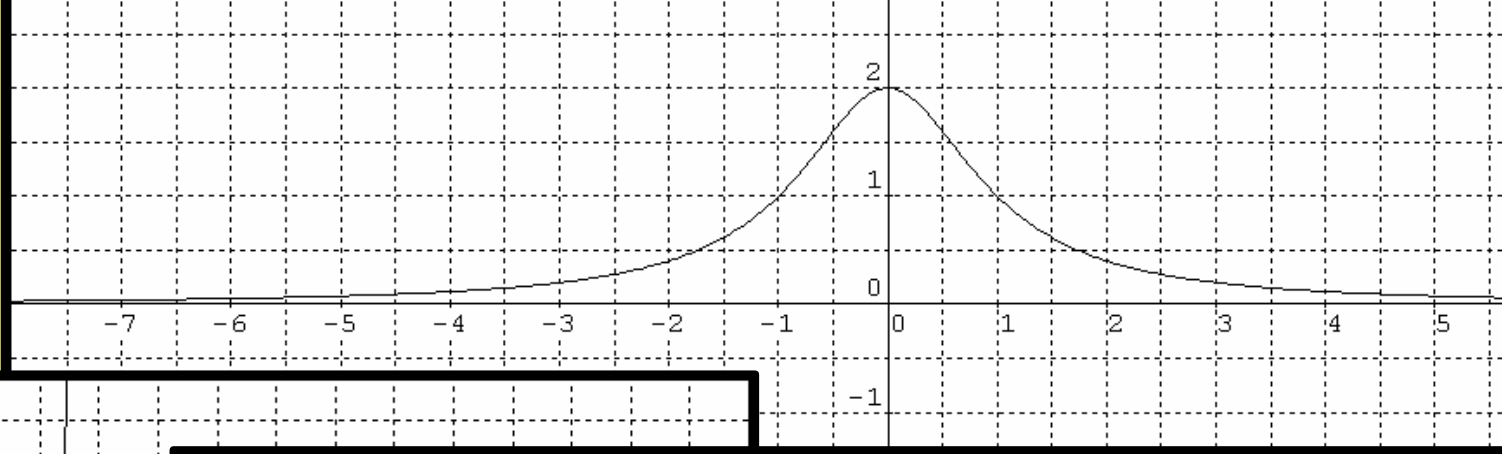


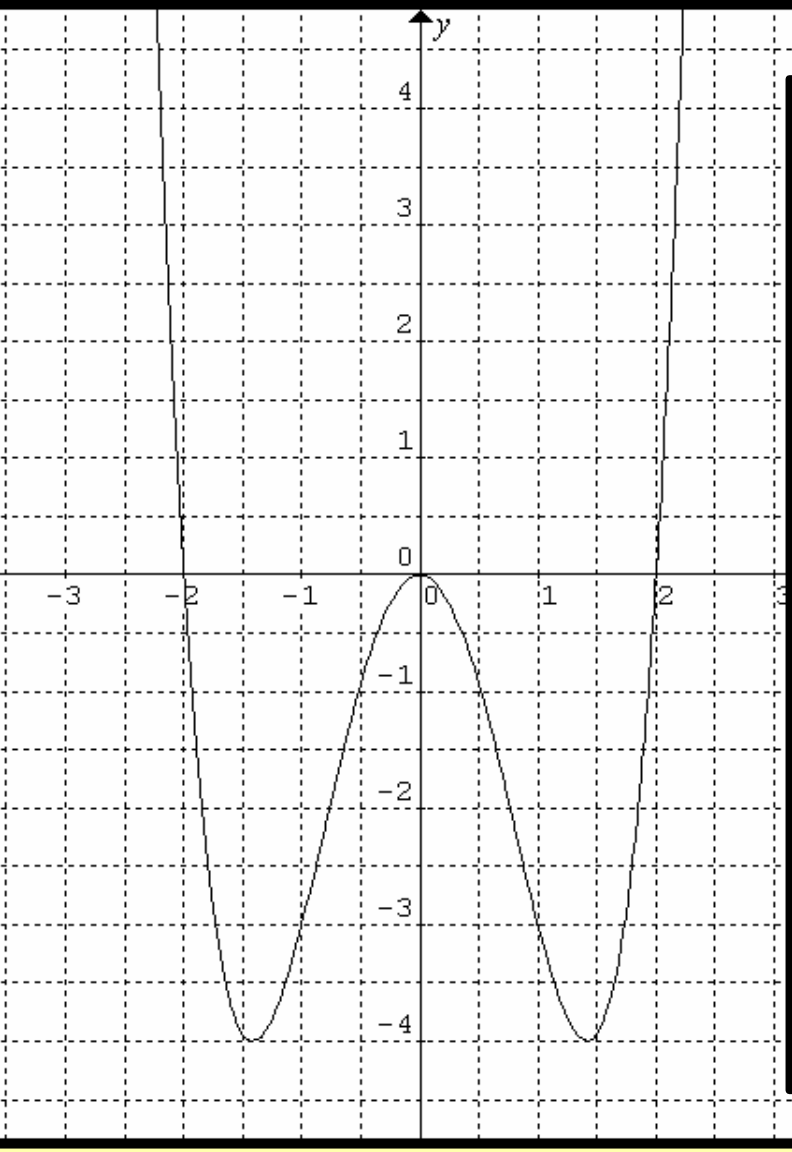


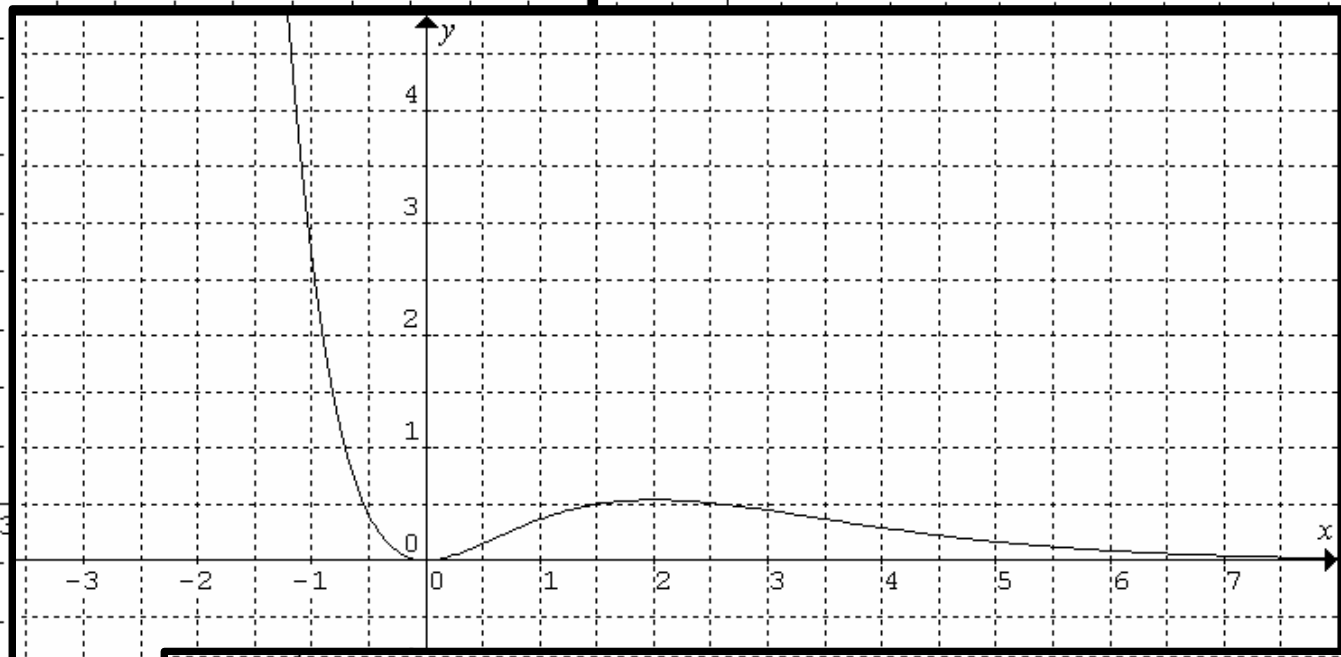


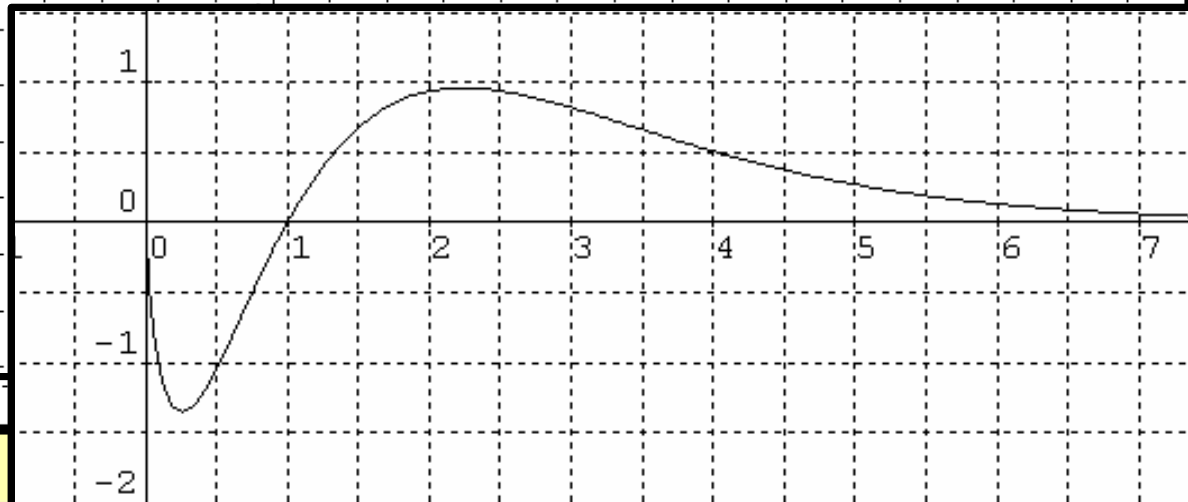





2
1
0
-1
-7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5


y
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-3 -2 -1 0 1 2

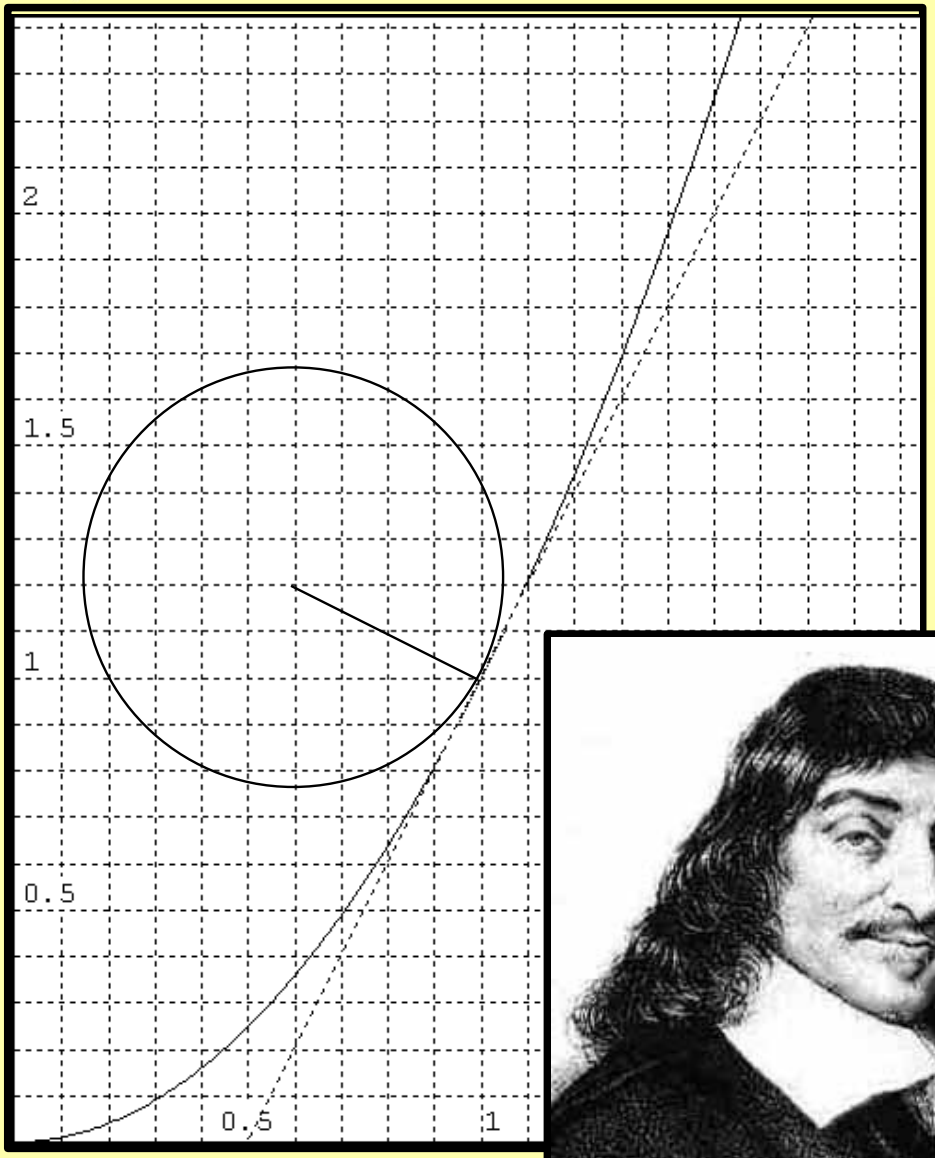

y
x
4
3
2
1
0
-3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7

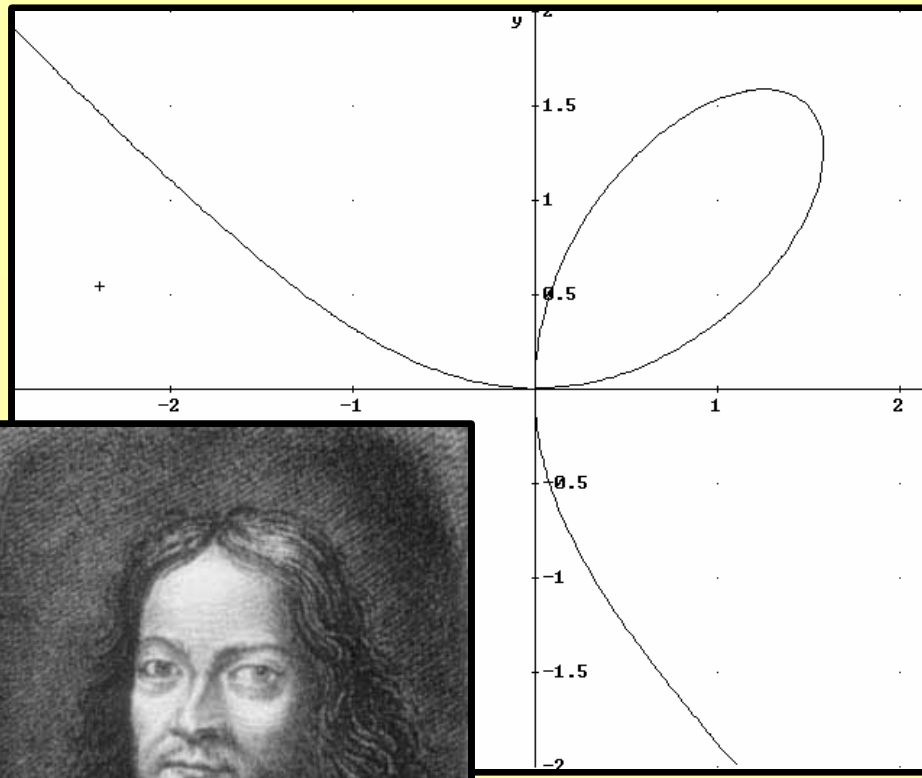

1
0
-1
-2
0 1 2 3 4 5 6 7



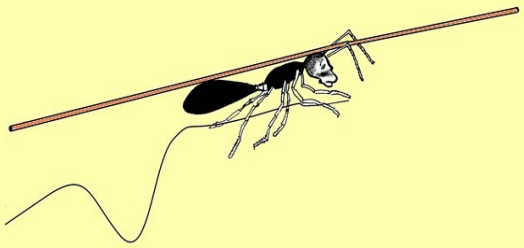
Contextualització històrica:

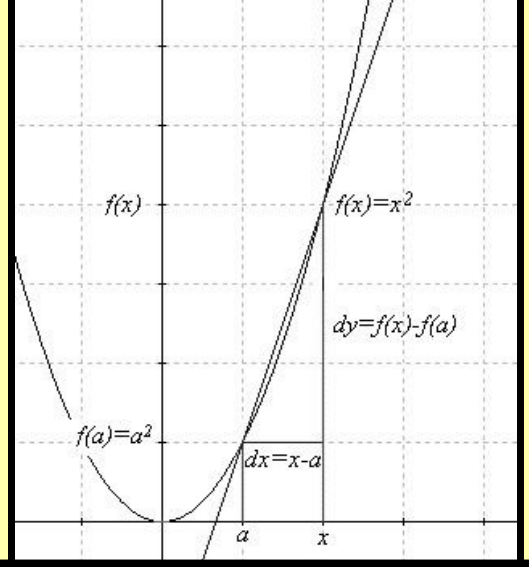
- Descartes versus Fermat











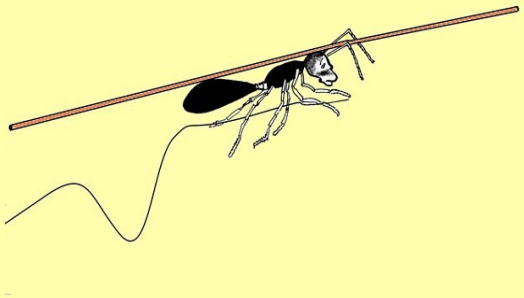
- Leibnitz versus Newton





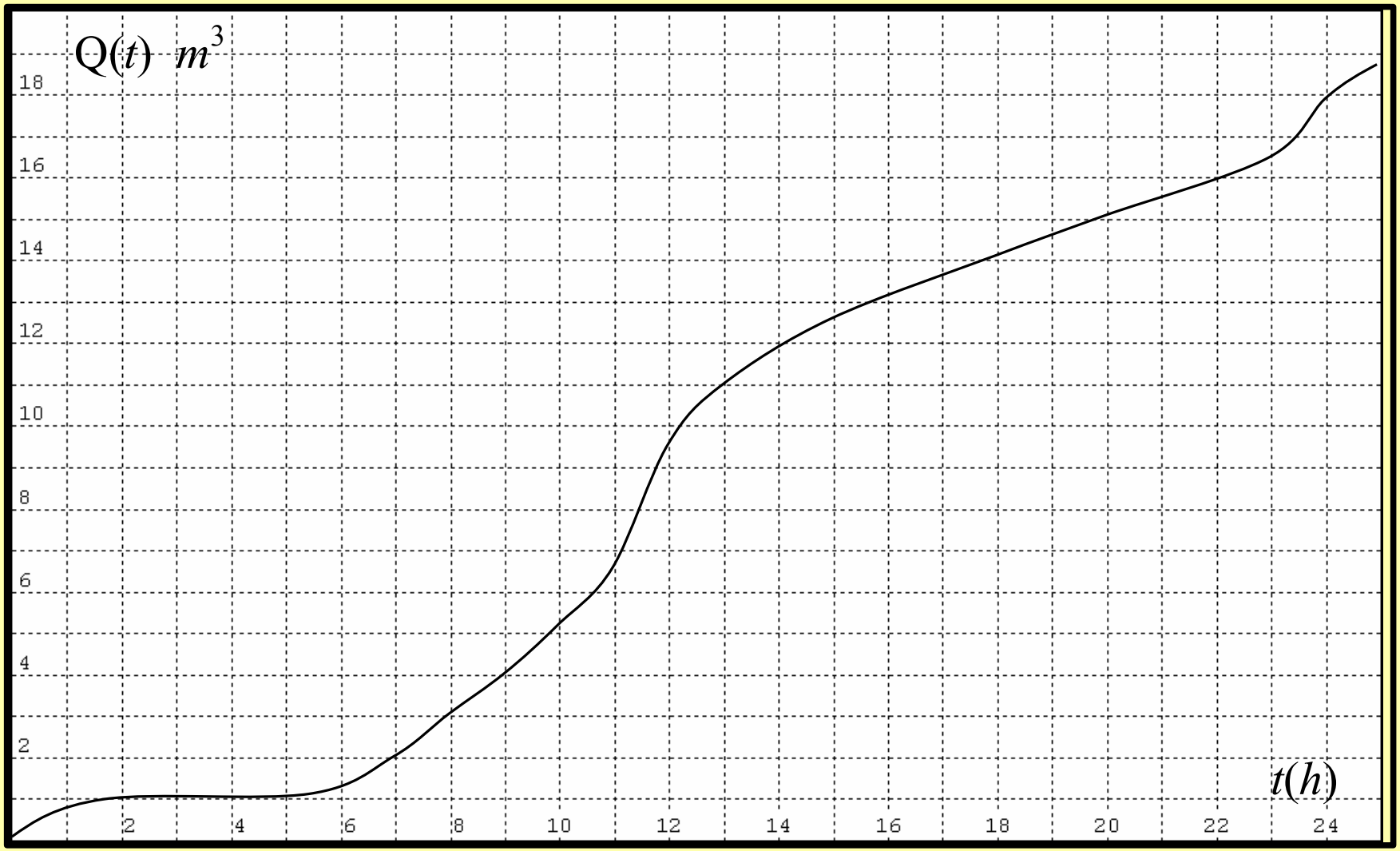


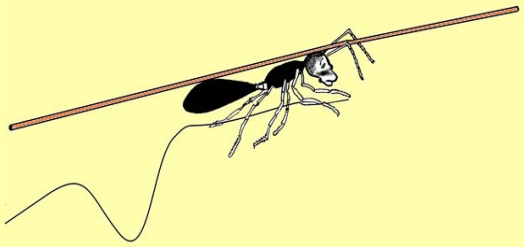
“Data aequatione quotcunque fluentes quantitates insolvente fluxiones inveniere, et vice versa”



De la taxa mitjana a la taxa instantània

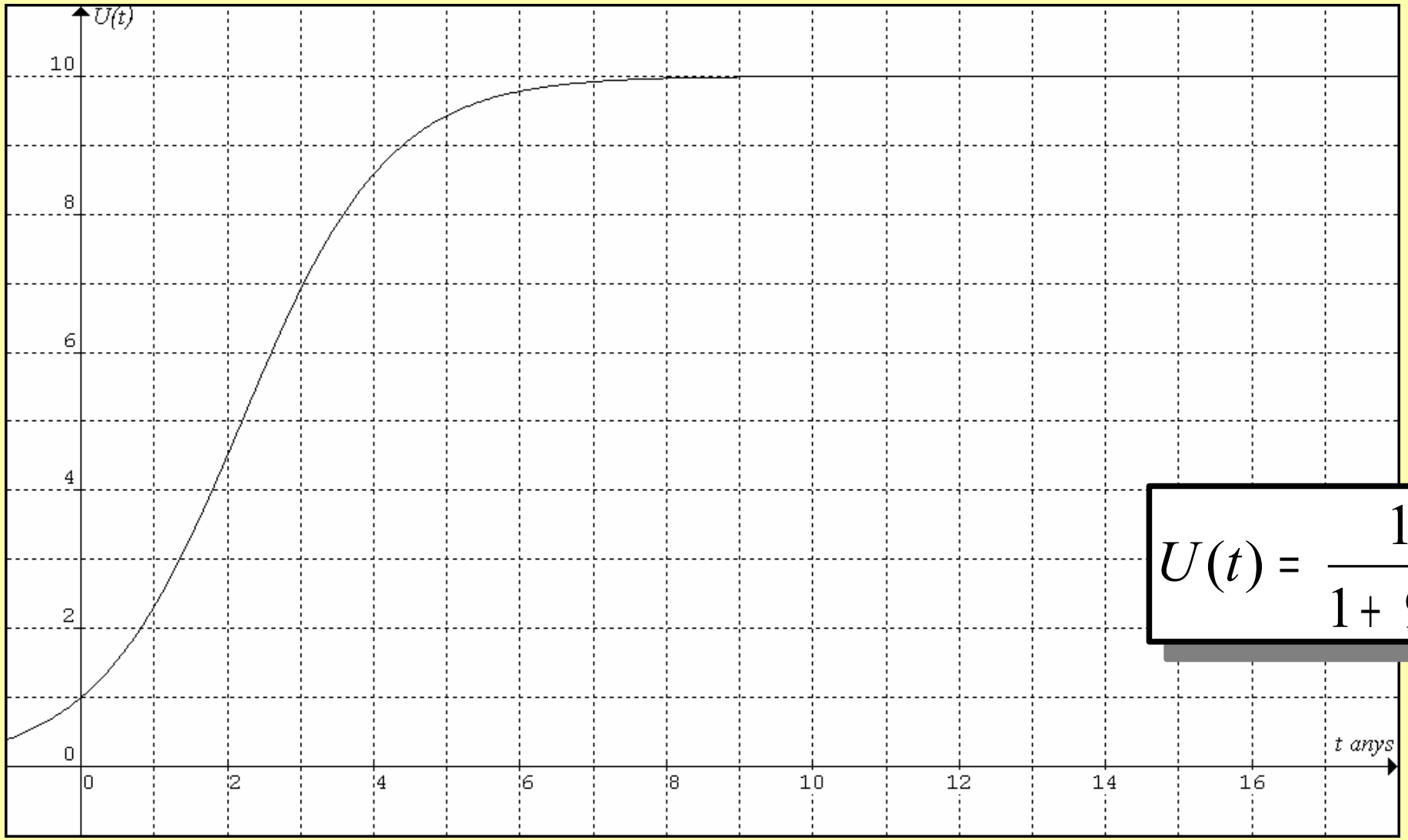
Gràfic del consum d'aigua calenta d'un hotel





La funció logística

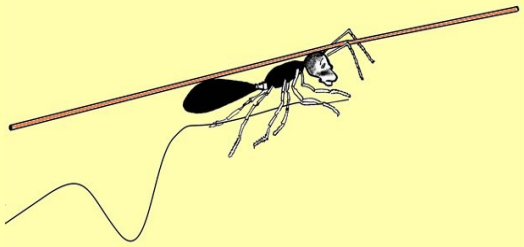
Evolució de les vendes d'un producte



$$U(t) = \frac{10}{1 + 9e^{-t}}$$

Optimització





La llauna



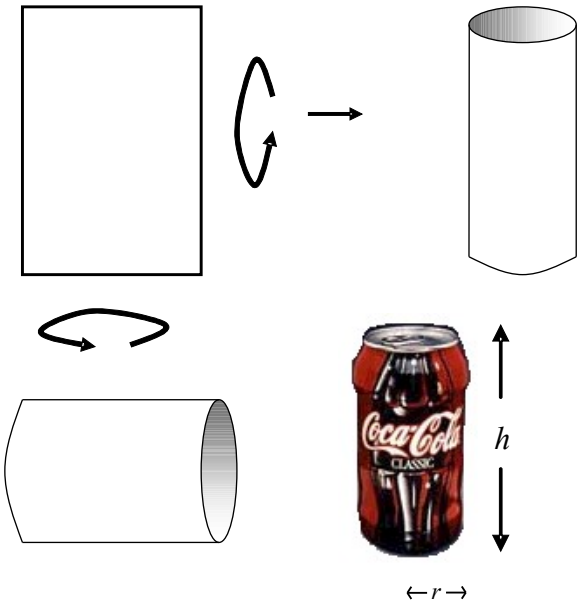


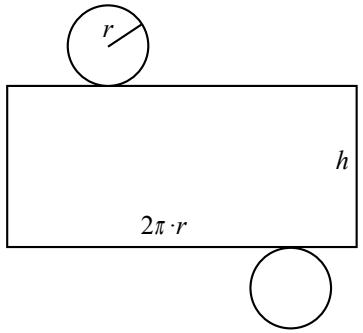
Asa candler (1914)









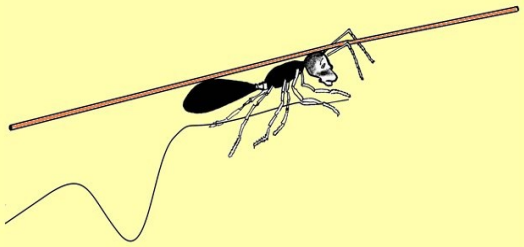


$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 333$ Aïllant l'altura tenim que $h = \dfrac{333}{\pi \cdot r^2}$



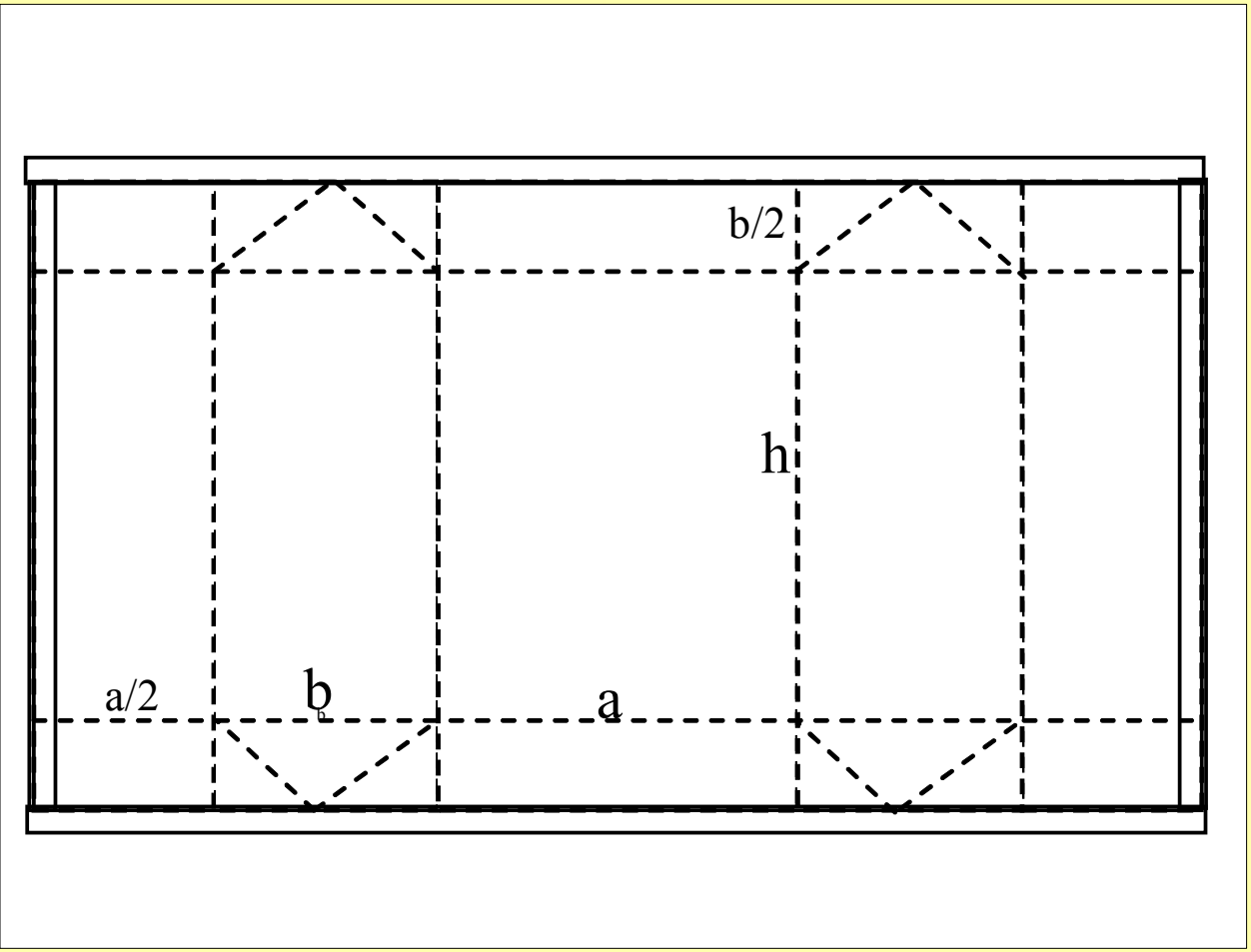
Un nou repte

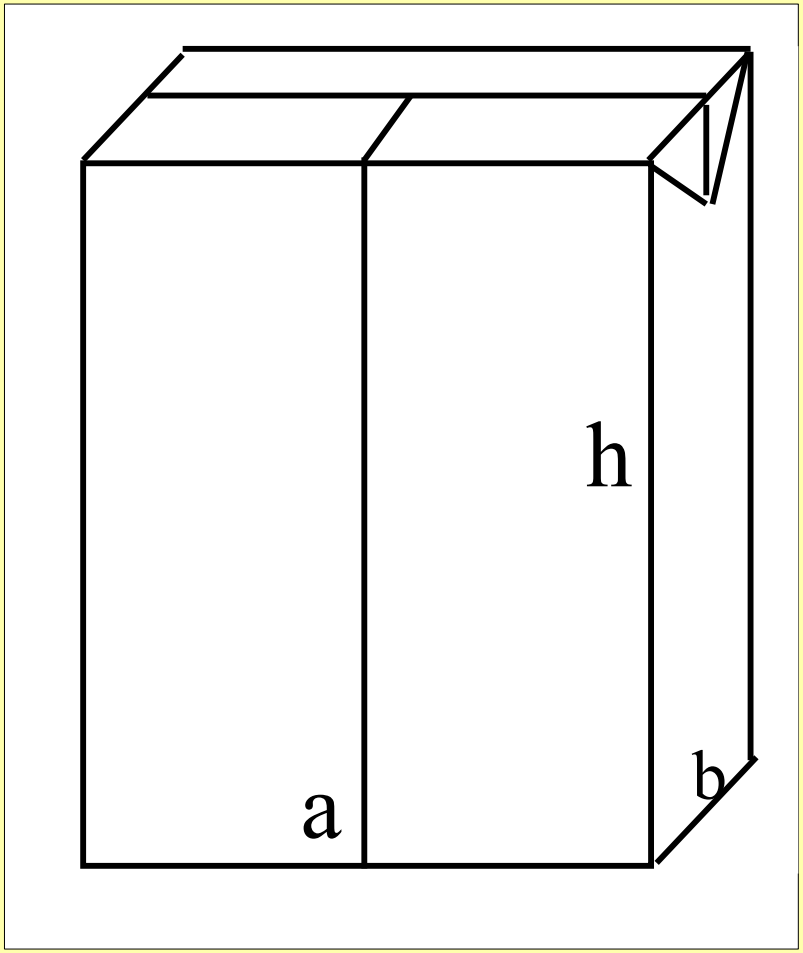




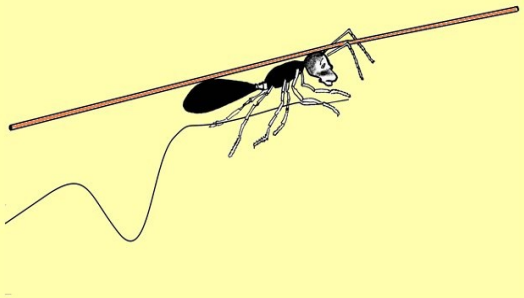
El Tetrabrik







Problema de 3 variables! *a, b* i *h*

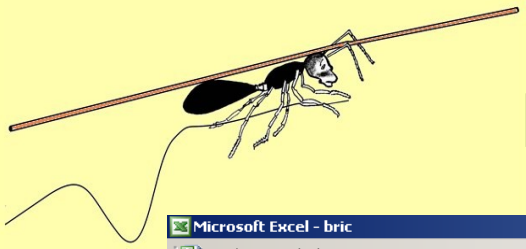


Repartiment de variables (treball cooperatiu)

Segons el valor d'*a* assignat

Cal estudiar la funció:

$$S = (2a + 2b)\left(\frac{1000}{ab} + b\right)$$

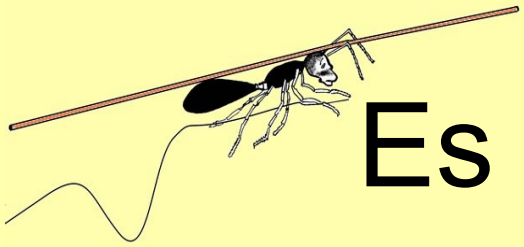


L'estudi també es pot fer sense derivar a partir de taules de valors exhaustives:

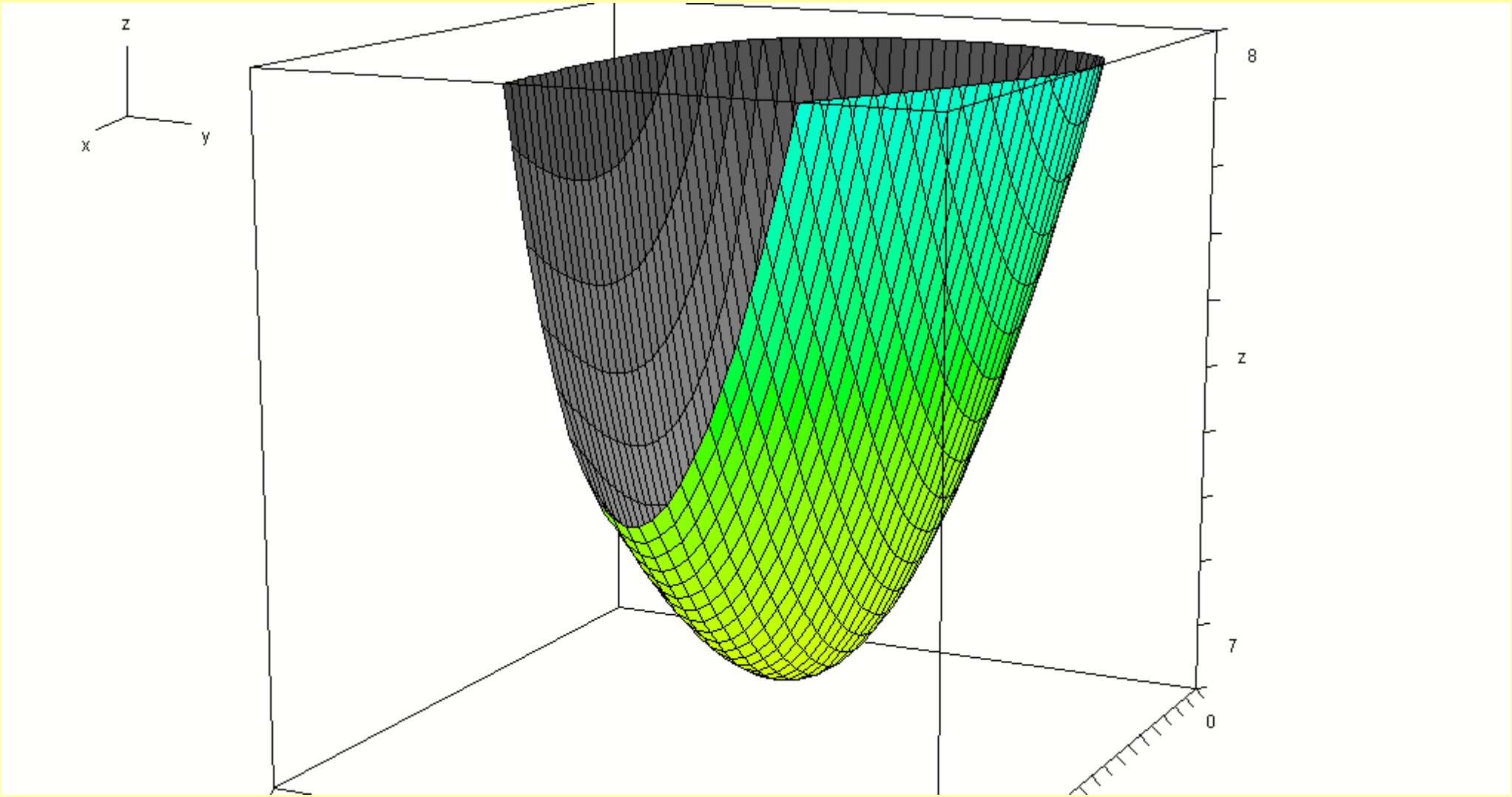
Microsoft Excel - bric

		b															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Mínim =
	1	4004	3012	2691	2540	2460	2417,3	2398	2394	2402	2420	2446	2479	2518	2563	2613	2394
	2	3006	2016	1697	1548	1470	1429,3	1412	1410	1420	1440	1468	1503	1544	1591	1643	1410
	3	2675	1687	1369	1223	1147	1108	1092	1093	1105	1127	1156	1193	1237	1286	1340	1092,381
	4	2510	1524	1209	1064	990	953,33	940	942	956	980	1012	1051	1096	1147	1203	939,7143
	5	2412	1428	1115	972	900	865,33	854	858	874	900	934	975	1022	1075	1133	853,7143
	6	2347	1365	1054	913	843	810,67	801	807	826	853	889	932	981	1036	1097	801,0476
	7	2302	1322	1012	874	806	775,05	767	776	796	826	864	908	960	1017	1079	767,4286
	8	2268	1290	983	846	780	751,33	746	756	778	810	850	897	950	1009	1073	745,7143
	9	2242	1266	961	826	762	735,56	732	744	768	802	844	893	948	1009	1076	731,9365
a	10	2222	1248	945	812	750	725,33	724	738	764	800	844	895	952	1015	1083	723,7143
	11	2206	1234	932	802	742	719,15	720	736	764	802	848	900	960	1025	1095	719,1515
	12	2193	1223	923	795	737	716	718	737	767	807	854	909	971	1038	1110	716
	13	2182	1214	917	790	734	715,18	720	740	772	814	864	921	984	1053	1127	715,1795
	14	2173	1207	912	787	733	716,19	723	745	779	823	875	934	999	1070	1146	716,1905
	15	2165	1201	908	785	733	718,67	727	751	788	833	887	948	1015	1088	1167	718,6667
	16	2159	1197	906	785	735	722,33	733	759	797	845	901	964	1033	1108	1188	722,3333
	17	2154	1194	904	786	738	726,98	739	768	808	858	915	980	1051	1129	1211	726,9804
	18	2149	1191	904	787	741	732,44	747	777	819	871	931	998	1071	1150	1234	732,4444
	19	2145	1189	904	789	745	738,6	755	787	831	885	947	1016	1091	1172	1259	738,5965
	20	2142	1188	905	792	750	745,33	764	798	844	900	964	1035	1112	1195	1283	745,3333
	21	2139	1187	906	795	755	752,57	773	809	857	915	981	1054	1133	1218	1309	752,5714
	22	2137	1187	908	799	761	760,24	783	821	871	931	999	1074	1155	1242	1334	760,2424
	23	2135	1187	910	803	767	768,29	793	833	885	947	1017	1094	1177	1266	1360	766,9565
	24	2133	1187	912	807	773	776,67	803	845	900	963	1035	1114	1199	1290	1387	773,3333
	25	2132	1188	915	812	780	785,33	814	858	914	980	1054	1135	1222	1315	1413	780
Mínim =		2132	1187	904	785	733	715,18	718	736	764	800	844	893	948	1009	1073	715,1795
						h =	12,821										

Microsoft Excel - bric
Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana ? Acrobat
Escriba una pregunta
W38
1 cm 0.1 cm 0.01cm Gráfico2
Listo
NUM
Inicia
Spotify - Piero To... imatges Optimització recipi... Batxillerat i univer... optimitzacio de re... Microsoft Excel ... Sin título1* [2:3] :... 12:17

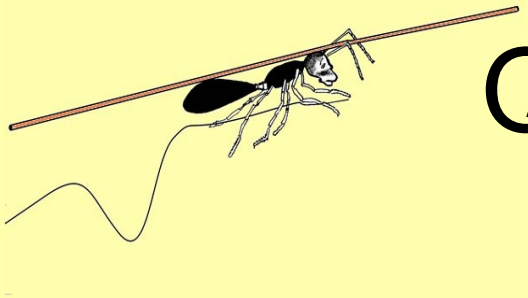


Es pot visualitzar en 3D



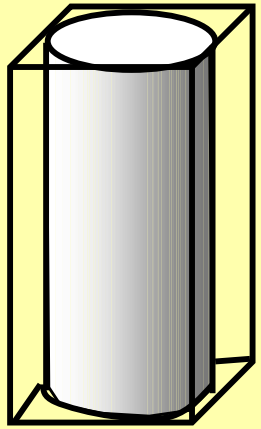
La solució és sorprenent

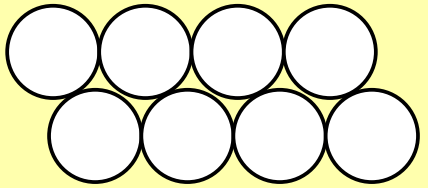




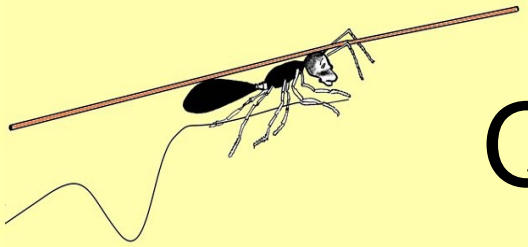
Quins factors influeixen en la forma final dels recipients?

Discussió d'hipòtesis





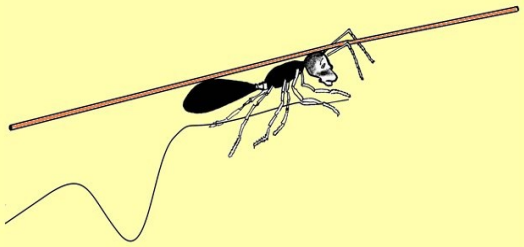
- Estalvi econòmic de material?
- Estalvi ecològic de materials?
- Estalvi en el procés de fabricació?
- Estalvi en el transport?
- Adequació a llocs d'emmagatzemament?
- Motius purament comercials?
- Una barreja de diferents factors?



Qui té la resposta?

El *Managing Director* de **combibloc** un dia ens va donar la resposta:

"*Las diferentes dimensiones de envases de este tipo en el mercado se deben a los deseos de los fabricantes de leche, zumos y demás productos de* ***diferenciarse en lo lineal****, es decir diferenciarse entre ellos y de diferenciar sus productos para llamar la atención de los consumidores.*"

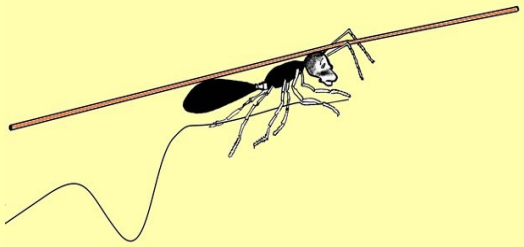


Però després va afegir...

"*En cuanto al ejercicio de optimización de superficie de un envase de un litro me extraña su resultado ya que es conocido, que el "brick" óptimo es el que tiene forma de dado. En este caso uno de 10cm x 10cm x 10cm resultando en una superficie de 600 cm^2 frente a los 635 cm^2 de su estudio.*

Sería conveniente no dejar los alumnos en su error.

A propósito, la superficie más óptimo de cualquier volumen es la bola!"



Moltes gràcies per la vostra atenció.

Santi Vilches svilches@xtec.cat

Institut el Sui (Cardedeu) www.ieselsui.cat